GERAÇÃO DE SÉRIES SINTÉTICAS DE PRECIPITAÇÕES

ROBERTO MAX HERMANN*

O objetivo deste artigo é expor uma metodologia que permita, a partir de uma série observada de valores de precipitações diárias, gerar outra série, estatisticamente indistinguível da primeira e com duração arbitrária. A obtenção desta segunda série de valores de precipitações diárias permitirá, ao engenheiro, a condução de testes estatisticamente mais confiáveis, quanto à eficiência de configurações e/ou regras de operação de sistemas, destinados a promover o desenvolvimento de recursos hídricos e de outros que deles dependam.

Para o cientista, preocupado em analisar o mecanismo gerador destas precipitações, os modelos aqui apresentados são também de interesse, pois elucidam alguns aspectos de importância tais como estrutura de correlação desses valores, a distribuição de probabilidades de ocorrências etc.

O presente artigo abrange três partes:

— uma introdução onde são apresentados os conceitos básicos relacionados com os objetivos e técnicas de geração;

— uma revisão do estado-da-arte;

— apresentação de uma sistemática de geração com críticas, resultados e sugestões para futuros trabalhos na área.

I — INTRODUÇÃO

Gerar séries sintéticas de vazões a partir de um traço histórico de mesma grandeza é uma prática usual. A literatura especializada apresenta um grande número de modelos para efetuar tal geração desde os estudos pioneiros de Margaret Brittan (1)*, em 1961, até os recentes trabalhos de Mandelbrot e Wallis (2,3). Do ponto de vista prático, os modelos disponíveis são suficientes para as aplicações, se bem que algumas questões teóricas (principalmente aquelas relacionadas com o coeficiente de Hurst) aguardam ainda solução. Fiering (4,5) apresenta uma visão do estado-da-arte dessa técnica de geração e somente a literatura americana apresenta mais de 200 artigos relacionados com esse assunto.

A geração de séries sintéticas de precipitação, a partir de séries observadas da mesma grandeza, consiste em técnica mais recente e muito menos conhecida. Como será visto no próximo item, a literatura disponível sobre modelos de geração de chuvas é bem mais restrita. Dois fatos são os principais causadores desse desequilíbrio:

a — é muito mais difícil gerar séries sintéticas de precipitações do que de vazões. As primeiras são geradas com passo variável, isto é, os intervalos entre sucessivos eventos chuvosos (designados como intervalos inter-temporais) são considerados variáveis estocásticas. Contrariamente, séries sintéticas de vazões são geradas com intervalo de tempo elementar fixo, seja anual, mensal, diário etc.

* Professor Livre Docente da Escola Politécnica da USP; Superintendente do CNEC — Consórcio Nacional de Engenheiros Consultores.

* Os números entre parênteses se referem à bibliografia citada no final.

Percebe-se então que os esquemas de geração de séries de precipitações são de maior complexidade, pois geram realizações de três variáveis estocásticas: o intervalo inter-temporal, a duração do temporal e sua intensidade. Por outro lado, os modelos de séries sintéticas de vazões, por terem intervalo de tempo elementar fixo, necessitam apenas gerar um valor por intervalo: a vazão propriamente dita.

b — uma segunda razão pode ser encontrada no recente desenvolvimento de modelos eficientes para a simulação do balanço hídrico de uma bacia. O esforço pioneiro nesta área desenvolveu-se na Universidade de Stanford, com o Stanford Watershed Model (6) em 1966. Entretanto somente em fins de 1968 é que este modelo, originalmente escrito em linguagem pouco acessível (BALGOL), foi "traduzido" para PL/1 e conseqüentemente teve seu uso difundido. Esta categoria de modelos (que entre nós veio a ser conhecida como sendo de simulação hidrológica (7,8)) permite ao planejador de recursos hídricos uma visão muito mais ampla do que aquela proporcionada pelos modelos de simulação que utilizam como insumo básico vazões históricas ou geradas. Os modelos de simulação hidrológica reproduzem os processos de transportes de massa que ocorrem nas diferentes fases do ciclo hidrológico, aceitando como insumo básico a precipitação e fornecendo como produto básico vazões em diferentes pontos da bacia em análise. A possibilidade de se ter séries sintéticas de vazão, baseadas em séries (históricas ou sintéticas) de precipitações, estimulou o interesse na geração de séries sintéticas de precipitações.

II — REVISÃO DO ESTADO-DA-ARTE

De maneira geral todos os modelos geradores de séries sintéticas de precipitações (com intervalos de tempo menores que o anual) constam de duas partes:

a — um mecanismo que indique se o intervalo em consideração é seco ou chuvoso;

b — e outro que indique, se chuvoso, qual o montante de precipitação ocorrida no intervalo.

Para a primeira parte, todos os modelos examinados lançam mão de um esquema markoviano discreto e procuram determinar qual a ordem da Cadeia de Markov que melhor se adapta às condições do posto em análise. Historicamente, a primeira análise destinada a avaliar a possibilidade de descrição de ocorrência de dias secos e chuvosos foi conduzida por Gabriel e Neumann (9) para um posto pluviométrico da cidade de Tel-Aviv. Os resultados obtidos por esses autores confirmaram o caráter markoviano do posto analisado. Entre nós, Canjani (10) conduziu análise semelhante para o posto pluviométrico E 3-35 do Instituto Astronômico e Geofísico com resultados também positivos. Cumpre salientar que os dois artigos atrás mencionados somente testaram o caráter markoviano de traços históricos de precipitação diária, não gerando novas séries. Mais especificamente, a metodologia e os resultados expostos apenas indicam a adequabilidade de utilização de uma cadeia de Markov, como mecanismo indicador do caráter chuvoso do período em consideração.

Cronologicamente, o primeiro esquema de geração foi desenvolvido por Pattison (11) o qual examinou dois modelos:

a — o Modelo I baseava-se exclusivamente na Teoria das Cadeias de Markov. Uma série de testes, apoiados na série histórica, indicou que se a hora em consideração para geração fosse precedida por uma hora chuvosa, a ordem na Cadeia de Markov poderia ser unitária, com adequada reprodução das características observadas na série histórica. Entretanto, para os postos analisados, Pattison concluí que seria necessária uma Cadeia de Markov de ordem seis para reproduzir as mesmas características da série histórica, caso a hora antecedente fosse seca. Este fato demonstra a considerável persistência exibida pelos fenômenos envolvidos.

b — o Modelo II emprega a técnica de regressão linear associada a um conjunto de probabilidades condicionais de começo de temporal.

Os dois modelos empregam a técnica de Monte Carlo com geração de números pseudo-aleatórios tendo sido aplicados a três postos pluviométricos situados na Califórnia. Os resultados obtidos foram submetidos a dois testes:

1 — confronto de características das séries histórica e gerada de precipitações.

2 — Comparação de séries históricas com as séries sintéticas de vazões, obtidas a partir das séries de precitações geradas pela utilização do Stanford Watershed Model.

Os testes, embora restritos, foram considerados satisfatórios como elementos de avaliação do modelo, tendo o Modelo I apresentado, sistematicamente, melhores resultados.

Ramaseshan (12) propôs um modelo para gerar séries de valores máximos anuais de precipitação, entendido como máximo aquele temporal que ocasionou o maior pico de vazão na bacia correspondente. O instrumento matemá-

tico utilizado foi uma equação de regressão linear de primeira ordem. Os resultados obtidos foram considerados adequados, se bem que o modelo, como no caso anterior, sofreu testes restritos. Grace e Eagleson (13) propuseram um enfoque inteiramente diferente para o problema de geração: determinaram as distribuições de probabilidades que forneceram melhor aderência ao intervalo inter-temporal e à duração do mesmo. A altura de precipitação foi obtida a partir de uma regressão linear sobre a duração, utilizando um termo aleatório que obedece a uma distribuição Beta. O modelo conseguiu reproduzir satisfatoriamente características de temporais de origem convectiva ocorridos em Vermont e Nova Scotia.

A próxima constribuição foi dada por Franz (14) que utilizou uma distribuição normal multivariada que preserva o coeficiente de correlação de período unitário em cada posto e o coeficiente de correlação cruzada, simultâneo em três postos. Este foi o primeiro trabalho a considerar o problema de geração simultânea em mais do que um posto, sendo usado o intervalo de tempo elementar horário. O intervalo inter-temporal foi sintetizado por amostragem direta, a partir de curva de distribuição de probabilidades levantada a partir do traço histórico. O modelo foi aplicado a três postos no norte da Califórnia onde os temporais são do tipo orográfico-frontal.

A contribuição seguinte foi dada por Grayman e Eagleson (15) em estudos relacionados com a viabilidade do emprego de radar na previsão de enchentes. Este modelo combina aspectos estatísticos com informações físicas e é de aplicação complexa, não interessando para os propósitos do presente artigo. Em seguida Kraeger (16) apresentou um modelo estritamente estatístico que parece ser o de uso mais generalizado e que será revisto em detalhe no próximo item.

Finalmente, o último trabalho de que se tem notícia, foi apresentado por Schaake et al. (17) que consistiu na adaptação de uma técnica desenvolvida por Matalas, para geração simultânea de vazões. O modelo gera eventos anuais, mensais e diários, e testes conduzidos em Puerto Rico indicam boa aderência às séries históricas.

III — EXPERIMENTOS NUMÉRICOS COM O MODELO DE KRAEGER

Este item apresenta o Modelo Kraeger, já mencionado, e discute os experimentos numéricos conduzidos com este modelo para os Postos Pluviométricos de Biriguí-Acco, Araçatuba-Emsa e Fazenda Três Marias. Estes 3 postos fazem parte da rede básica do Estado de São Paulo e receberam, respectivamente, os prefixos 07-030, C7-005 e C7-008. O mapa a seguir mostra a localização dos postos que estão situados na 2.ª zona hidrográfica do Estado; a análise hidro-climatológica da região em pauta pode ser encontrada na Referência 18.

a — Descrição do Modelo

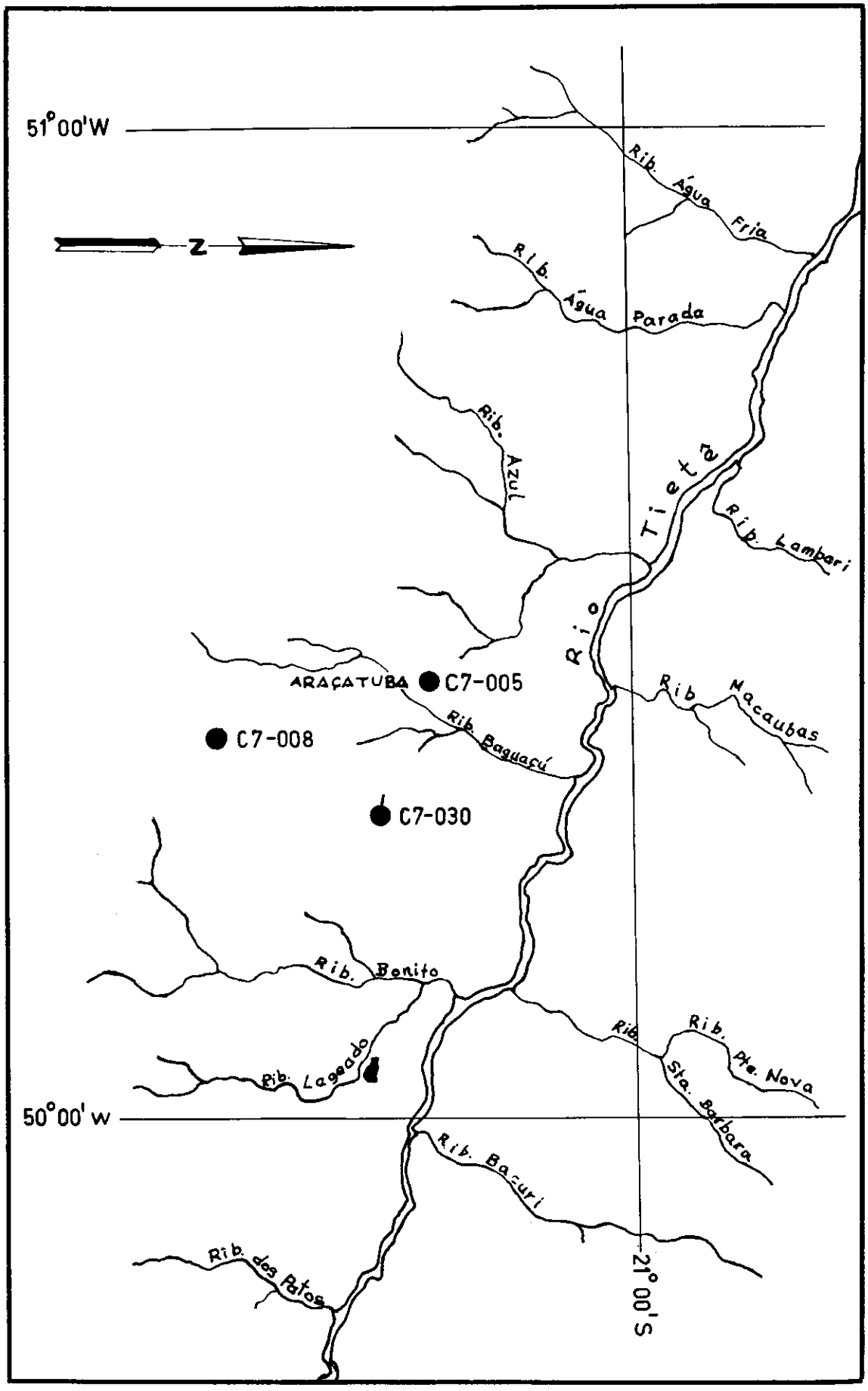
A primeira etapa na aplicação do modelo consiste no exame das séries históricas de precipitações diárias nos postos para os quais serão sintetizadas séries de precipitação, também diárias, com o objetivo de dividir o ano hidrológico em períodos homogêneos. A referência (16), que se constitui no documento básico para o material apresentado neste item, não apresenta regras definidas para essa divisão; o critério adotado foi o de perfazer esta divisão baseada na altura média mensal de precipitações. Os meses com alturas próximas foram agrupados constituindo uma estação.

Dado o caráter combinatório do problema, torna-se extremamente dispendiosa a consideração de um modelo com número de postos superior a três. Os testes descritos a seguir consideraram o número limite (3 postos) e também apenas um. Os postos serão a seguir designados com as letras A, B e C.

O modelo analisa as séries históricas e determina um conjunto de matrizes das probabilidades de transição bem como algumas características do comportamento probabilístico marginal das variáveis estocásticas envolvidas. Em seguida, torna-se necessário especificar exogenamente as alturas de precipitação ocorridas em todos os postos para o primeiro dia de série sintética. A geração propriamente dita inicia-se pelo posto A e é feita através das seguintes etapas:

1 — A decisão sobre o estado do posto A (seco ou chuvoso) é tomada pelo confronto de um número gerado pseudo-aleatoriamente com distribuição uniforme e limitado ao intervalo (0,1); caso este número seja menor que a probabilidade condicional de chuva em A, conhecidos os níveis de precipitação no dia anterior nos três pontos, então, no dia em análise, o posto A é chuvoso. Cumpre notar que essas probabilidades condicionais (ou de transição) são os elementos das matrizes atrás mencionados. Caso o número gerado seja maior que esta probabilidade, o dia será seco no posto A e o modelo desloca-se para o posto B.

2 — Caso o teste anterior indique que o dia é chuvoso no posto A, gera-se um segundo número pseudo-aleatório com as mesmas características do primeiro, e através da curva cumulativa marginal de distribuição de alturas,


51°00'W
N
Rib. Água Fria
Rib. Água Parada
Rib. Azul
Rio Tietê
Rib. Lambari
ARAÇATUBA
C7-005
C7-008
C7-030
Rib. Baguaçú
Rib Macaubas
Rib. Bonito
Rib. Lageado
Rib
Rib. Pte. Nova
Sta. Barbara
50°00' W
Rib. Bacuri
Rib. dos Patos
21°00'S

no posto A e na estação correspondente, determina-se o valor da altura precipitada. Em seguida, desloca-se para o posto B onde as duas etapas são repetidas. Para decidir sobre o estado do posto B o seguinte esquema é utilizado:

— Se no dia antecedente, a precipitação trava no estado chuvoso, a precipitação neste posto é utilizada para calcular a probabilidade de precipitação em B; a matriz das probabilidades de transição é parametrizada com os níveis de precipitação em A para levar em conta efeitos de persistência, isto é, quanto mais chove no dia antecedente maior é a probabilidade de chuva no dia em análise.

— Se no dia antecedente, a precipitação em A é zero mas B é chuvoso repete-se o esquema anterior, exceto que é utilizada uma matriz de probabilidade parametrizada de acordo com os níveis de precipitação em B;

— Se os postos A e B apresentarem precipitações nulas no dia procedente e o nível de precipitação em C for diferente de zero, este último posto será utilizado para avaliação de probabilidade condicional de ocorrência de precipitação em A. Neste caso, a matriz das probabilidades de transição a ser empregada é parametrizada em relação aos níveis de precipitação em C.

— Finalmente, se os três postos estiverem secos no dia precedente, a probabilidade condicional será estimada a partir do posto B. Ao término desta etapa dispõe-se de uma probabilidade condicional de ocorrências de precipitações em B e confrontando-se este com um número pseudo-aleatório conclui-se pelo estado do posto B.

— Se o posto A se encontra no estado chuvoso, no mesmo dia, a altura de precipitação em B é calculada a partir de uma equação de regressão linear simples de forma:

$$H_b = \alpha + \beta: H_a + \epsilon$$

onde:

H_a, H_b — altura de precipitações em A e em B.

α, β — coeficientes da equação de regressão

ϵ — número aleatório normalmente distribuído com média zero e desvio padrão igual ao dos resíduos observados na série histórica.

MOMENTOS DAS ALTURAS MÉDIAS DIÁRIAS
(mm)

Posto Birigui — Acco		Histórico	Gerado Simulação 1	Gerado Simulação 2
Período 1	média	13,638	13,742	12,657
	desvio padrão	18,08	16,26	16,10
	coef. assimetria	2,736	1,597	2,159
Período 2	média	13,429	15,067	14,075
	desvio padrão	16,96	19,50	17,19
	coef. assimetria	2,192	2,923	2,041
Período 3	média	10,231	9,453	11,366
	desvio padrão	15,01	12,83	19,38
	coef. assimetria	3,495	2,684	4,760
Período 4	média	6,757	6,293	5,531
	desvio padrão	9,47	7,72	6,56
	coef. assimetria	3,507	2,12	2,298
Período 5	média	11,735	13,085	10,809
	desvio padrão	15,28	15,79	14,57
	coef. assimetria	1,852	1,759	2,055

— Se o posto A apresenta precipitação igual a zero, gera-se um número aleatório com distribuição uniforme contido no intervalo (0,1) e determina-se o nível de precipitação em B através da curva marginal de probabilidades acumuladas. Para o terceiro posto, C, procede-se como segue para determinar seu estado;

— Se A e B são chuvosos, no mesmo dia, a probabilidade condicional de ocorrência de chuva em C será avaliada a partir do nível de precipitação em A;

— Se A (B) é úmido e B (A) seco, o nível de precipitação em A (B) será utilizado. Convém recordar mais uma vez que essas probabilidades condicionais (ou de transição) são calculadas antes do início do processo de geração.

— Se A e B são secos, então o nível de precipitação em C no dia anterior é utilizado para estimar a probabilidade condicional de ocorrência de estado chuvoso em C.

— Ao término dessa etapa, já selecionada a probabilidade condicional de ocorrência de estado chuvoso em C, gera-se um número aleatório uniformemente distribuído no intervalo (0,1) para comparação sobre o estado do posto C; caso esta comparação indique que o posto C será chuvoso torna-se necessário calcular a altura de precipitação o que será feito como segue:

— Se no mesmo dia os postos A e B recebem precipitação, a altura de C é obtida a partir de uma equação de regressão linear múltipla do tipo:

(altura de precipitação em C) = $\delta + \beta_1$ (altura de precipitação em A) + β_2 (altura de precipitação em β)

onde os símbolos têm o mesmo significado anterior.

— Se A (B) é chuvoso e B (A) seco usa-se uma equação de regressão linear simples do tipo adotado quando a geração no posto B foi apresentada, tendo como variável independente a precipitação em A (B).

— Se A e B são secos torna-se necessário gerar um número ao acaso, uniformemente distribuído no intervalo (0,1) e, utilizando-se a curva de distribuição de probabilidades acumu-

MOMENTOS DAS DURAÇÕES DOS TEMPORAIS
(dias)

Posto Birigui — Acco		Histórico	Gerado Simulação 1	Gerado Simulação 2
Período 1	média	2,769	2,130	2,613
	desvio padrão	2,10	1,70	1,92
	coef. assimetria	1,533	3,202	1,407
Período 2	média	2,623	2,248	2,447
	desvio padrão	2,27	1,82	1,68
	coef. assimetria	2,424	2,377	1,940
Período 3	média	1,859	1,806	2,022
	desvio padrão	1,14	1,42	1,51
	coef. assimetria	1,483	2,507	2,059
Período 4	média	1,746	1,712	1,552
	desvio padrão	1,28	1,19	0,88
	coef. assimetria	2,487	3,179	2,618
Período 5	média	2,038	1,888	1,762
	desvio padrão	1,36	1,28	1,04
	coef. assimetria	1,742	2,096	1,532

ladas das precipitações em C, deduzir a altura precipitada.

Se a geração for efetuada para apenas um posto o procedimento é como segue:

— construída a matriz das probabilidades de transição, parametrizada com o número de níveis desejado, gera-se um número pseudo-aleatório e por confronto com o elemento da matriz, que corresponde ao nível de precipitação no dia anterior, decide-se sobre o caráter seco ou chuvoso do dia em análise.

— a altura de precipitação, caso o dia seja chuvoso, é conseguida através da geração de um segundo número pseudo-aleatório, determinando-se o valor correspondente através da curva cumulativa de distribuição de probabilidades.

Ao término desse processo, o modelo retorna ao posto A e repete-se o ciclo até esgotar o horizonte especificado. Quando isso se der o modelo analisa estatisticamente os números gerados, de maneira semelhante ao efetuado com a série histórica, com o propósito de propiciar elementos de confronto estatístico entre as séries histórica e sintética.

b — Resultados

O modelo descrito foi submetido a duas baterias de testes:

1 — incluindo um único posto (Birigui-Acco) onde se dispõe de uma série histórica de precipitações médias diárias no período 1958-1968; o ano hidrológico foi dividido em 5 períodos que são:

Período	1	—	dias	335	até	31
Período	2	—	dias	32	até	90
Período	3	—	dias	91	até	181
Período	4	—	dias	182	até	273
Período	5	—	dias	274	até	334

Como já se mencionou, o critério para a divisão do ano hidrológico em estações foi o de conseguir-se, intra-sazonalmente, comportamento hidrológico aproximadamente uniforme. O período coberto pela geração foi da mesma extensão do histórico, isto é, 11 anos. Na seqüência, esta geração é designada como SIMULAÇÃO 1.

A comparação entre o comportamento estatístico das séries históricas e geradas pode ser

MOMENTOS DOS PERÍODOS INTER-TEMPORAIS
(dias)

Posto Birigui — Acco		Histórico	Gerado Simulação 1	Gerado Simulação 2
Período 1	média	2,600	3,007	3,215
	desvio padrão	2,40	2,56	2,86
	coef. assimetria	2,808	1,802	1,967
Período 2	média	3,224	3,513	3,358
	desvio padrão	2,93	3,43	3,02
	coef. assimetria	2,211	2,168	2,623
Período 3	média	9,841	10,614	8,000
	desvio padrão	10,02	9,85	9,01
	coef. assimetria	2,356	1,405	2,223
Período 4	média	6,757	15,048	14,838
	desvio padrão	9,47	14,80	16,00
	coef. assimetria	3,507	1,334	2,103
Período 5	média	3,983	4,617	4,343
	desvio padrão	3,11	3,78	3,55
	coef. assimetria	1,408	1,337	1,615

feito através da comparação entre os momentos mais significativos e as curvas cumulativas de distribuição de probabilidade para as três variáveis estocásticas em jogo: a altura de precipitação média diária, a duração dos temporais e a duração dos períodos inter-temporais.

As tabelas seguintes indicam esta comparação em termos dos momentos mais relevantes. As curvas cumulativas correspondentes estão mostradas no Anexo.

2 — com a inclusão de 3 postos (Birigui-Acco, Araçatuba-Emsa e Três Marias) mantendo-se os mesmos horizontes históricos e sintéticos bem como a mesma divisão em períodos. Este segundo conjunto de testes é designado como SIMULAÇÃO 2.

Os momentos relevantes, bem como as curvas cumulativas de probabilidades para o posto de Birigui-Acco são apresentados na tabela a seguir e no Anexo, respectivamente. O mesmo material foi também elaborado para os outros dois postos. Este material não foi incluído aqui para não alongar demasiadamente o texto.

IV — CONCLUSÕES E DIREÇÕES DE FUTURAS PESQUISAS

Os resultados exibidos indicam aderência satisfatória entre as séries histórica e sintética de precipitações médias diárias, o que prova, em princípio, a validade do esquema gerador. Estes resultados tendem a comprovar aqueles obtidos por Kraeger (16) que, analisando o comportamento do modelo em séries históricas de três postos pluviométricos na Califórnia e mais três na Carolina do Norte, veio a concluir pela adequacidade do modelo.

Como mencionado, existem outros modelos de geração de seqüências sintéticas de precipitação. O que se torna necessário, para julgar os méritos relativos de cada um deles, é um extensivo programa de testes em situações climatológicas diversas. É provável que tal programa não venha indicar um único modelo como sendo aplicável em todas as situações, mas mostrará quais as condições mais favoráveis de utilização de cada modelo.

A presente pesquisa, da qual este documento relata a primeira etapa, prosseguirá através de:

a — testes de sensitividade do modelo em relação ao número de estados das cadeias de Markov; até o presente foram feitos dois testes: um com 4 e outro com 6 estados. Esta segunda alternativa foi a que melhores resultados mostrou e que foram transcritos no presente trabalho;

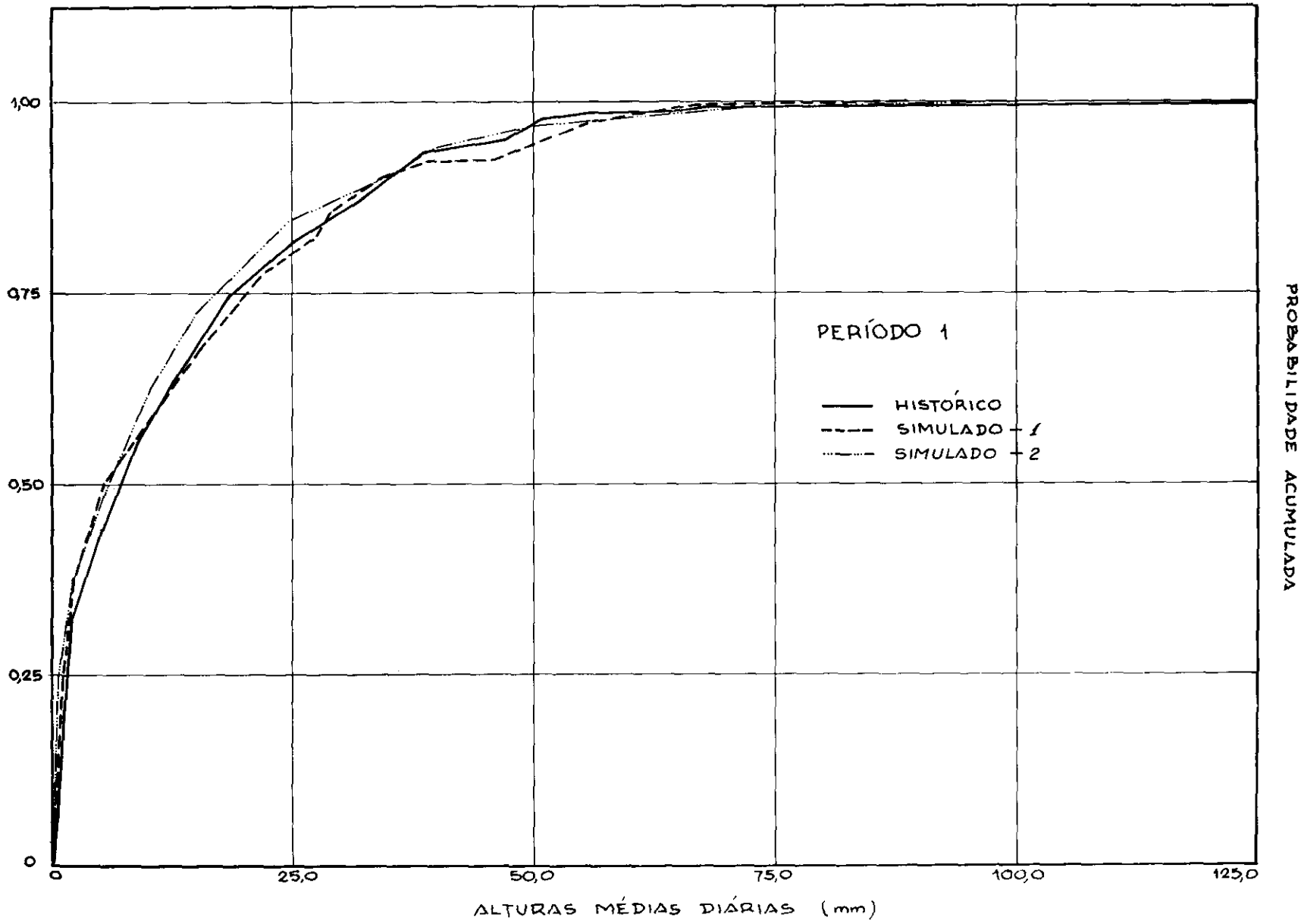
b — testes de sensibilidade do modelo em relação ao número de estações consideradas.

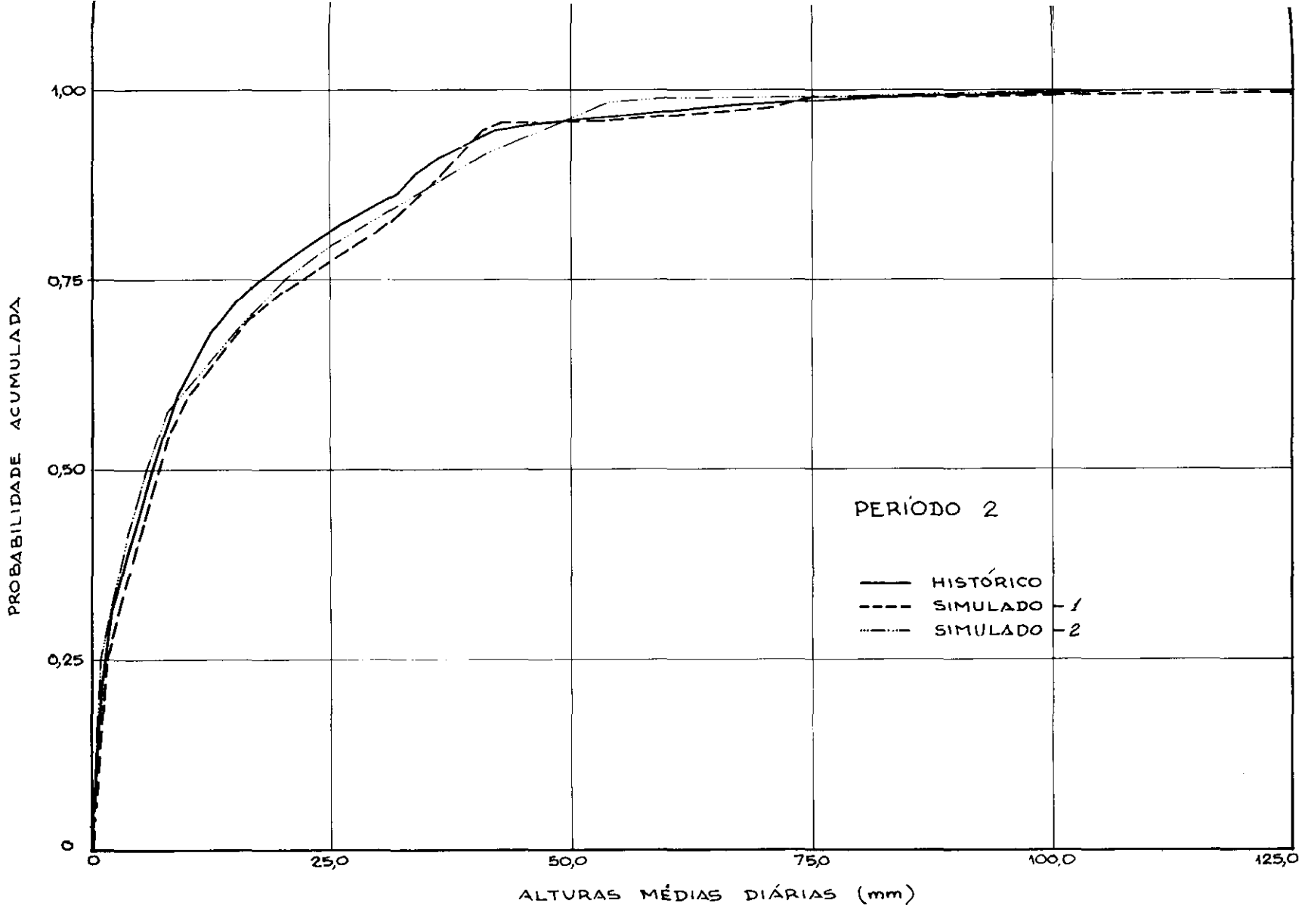
V — BIBLIOGRAFIA

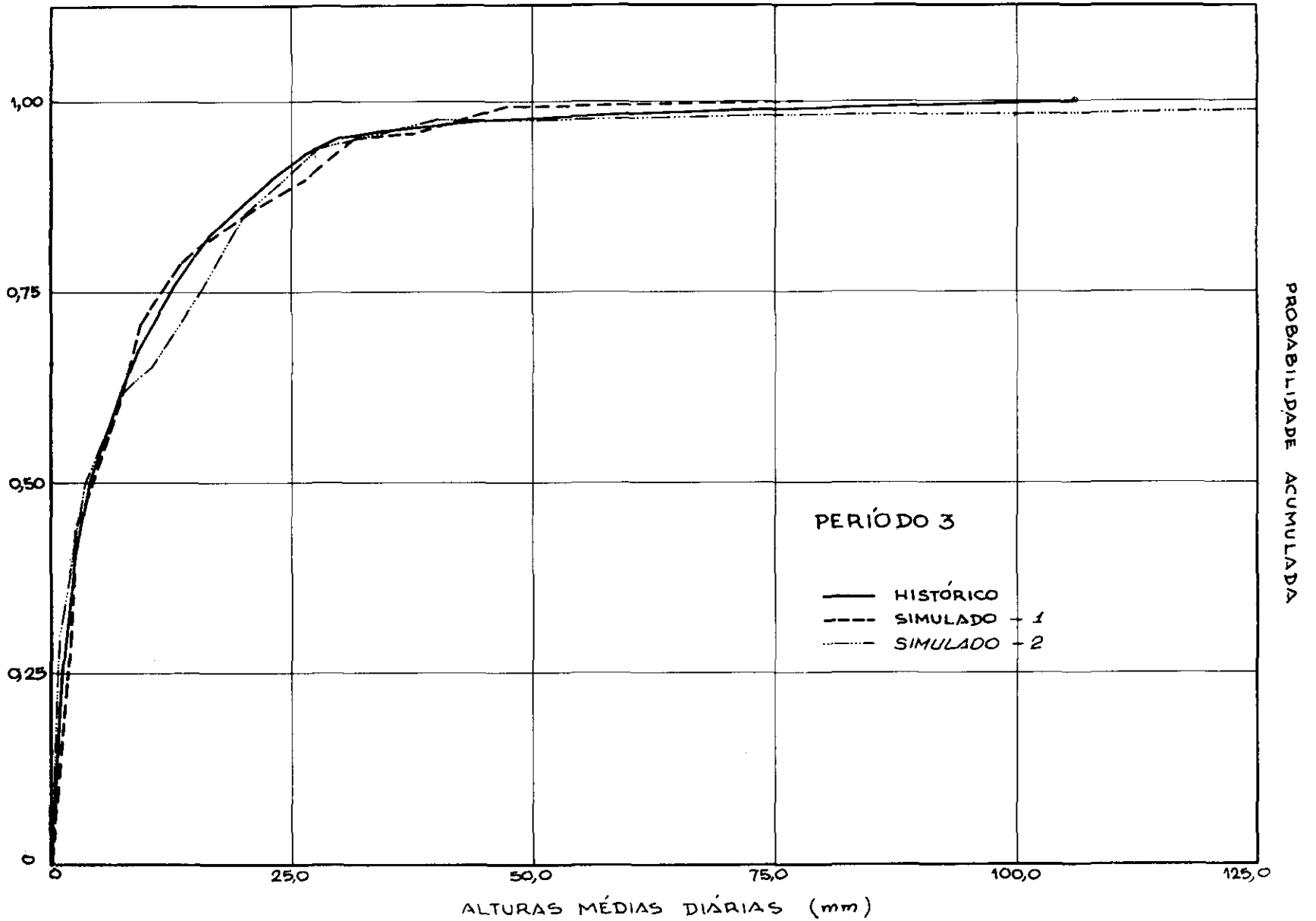
1. Brittan M. — **Probality Analysis Applied to the Development of Synthetic Hydrology for the Colorado River**, University of Colorado, 1961.
2. Mandelbrot, B. e Wallis J.R. — **Noah, Joseph and Operational Hydroloy, Water Resources Research**, 4 (5), 909-918, 1968.
3. Wallis, J. R. e B. Mandel — brot Self — **Similiar Synthetic Hydrology**, IASH Symposium, Tucson, Arizona 1968.
4. Fiering, M. — **Streamflow Synthesis**, Harvard University Press, 1967.
5. Fiering, M. e B. Jackson — **Synthetic Streamflows, Water Resources Monograph** 1, AGU, 1971.
6. Crawford N. e R. K, Linsley — **Digital Simulation in Hydrology: Stanford Watershed Model IV** — Technical Report n.° 39, Departament of Civil Engineering, Stanford University, 1966.
7. Hermann, R. M. — **Simulação Hidrológica**; Conferência pronunciada no Auditório do Instituto de Engenharia Sanitária do Estado da Guanabara, Agosto 1972.
8. Porto, R. Laiaina — **Alguns aspectos de Simulação Matemática em Hidrologia**, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Hidráulica da EPUSP, Dezembro de 1972.
9. Gabriel, K. e J. Neumann — **A Markov Chain Model for Daily Rainfall Occurrences at Tel Aviv**, Quarterly Journal, Royal Metereological Society, 1972.
10. Canjani, A. — **Teste do Caráter Markoviano das Chuvas no Posto Pluviométrico E3-35 IAG**, apresentado no curso Sistemas de Recursos Hídricos II, EPUSP, 1972.
11. Pattison — **Synthesis of Rainfall Data**, Technical Report n.° 40, Stanford University, 1964.
12. Ramaseshan, A. — **Stochastic Analysis of Rainfall and Runoff Characterisitcs by Sequential — Generation and Simulation**, University of Illinois, PhD Thesis 1964.
13. Grace, R. e P. S. Eagleson — **The Synthesis of Short Term Increment Rainfall Sequences, Technical Report** — 91, Hydrodynamics Laboratory MIT, 1966.
14. Franz D. — **Hourly Rainfall Synthesis for a Network of Stations, Technical Report** 126, Stanford University 1970.
15. Graynam, W. e P. S. Eagleson — **Evaluation of Radar and Raingage Systems for Flood Forescanting. Technical Report** 138, Hydrodynamics Laboratory MIT, 1971.
16. Kraeger, B. — **Stochastic Monthly Streamflow by Multi Station Daily Rainfall Generation, Technical Report** 152, Stanford University, 1971.
17. Schaake et al — **Multivariate Rainfall Generator for Annual, Seasonal, Monthly and Daily events;** apresentado no International Symposium on Modelling Techniques in Water Resources Systems, Ottawa, 1972.
18. Monteiro, C. A. de Figueiredo — **A Dinâmica Climática e as chuvas no Estado de São Paulo**, Instituto de Geografia da USP, 1973.

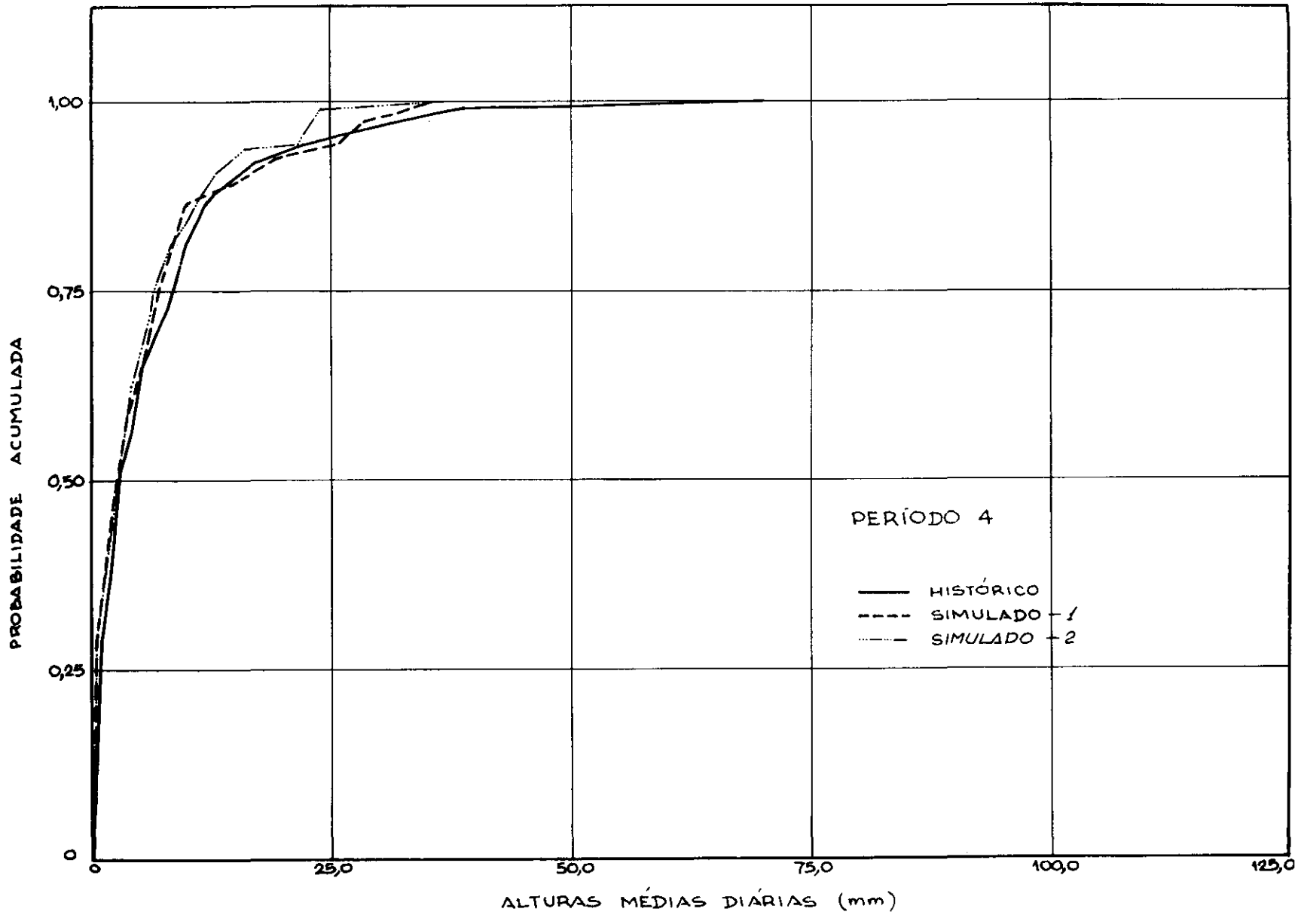
ANEXO

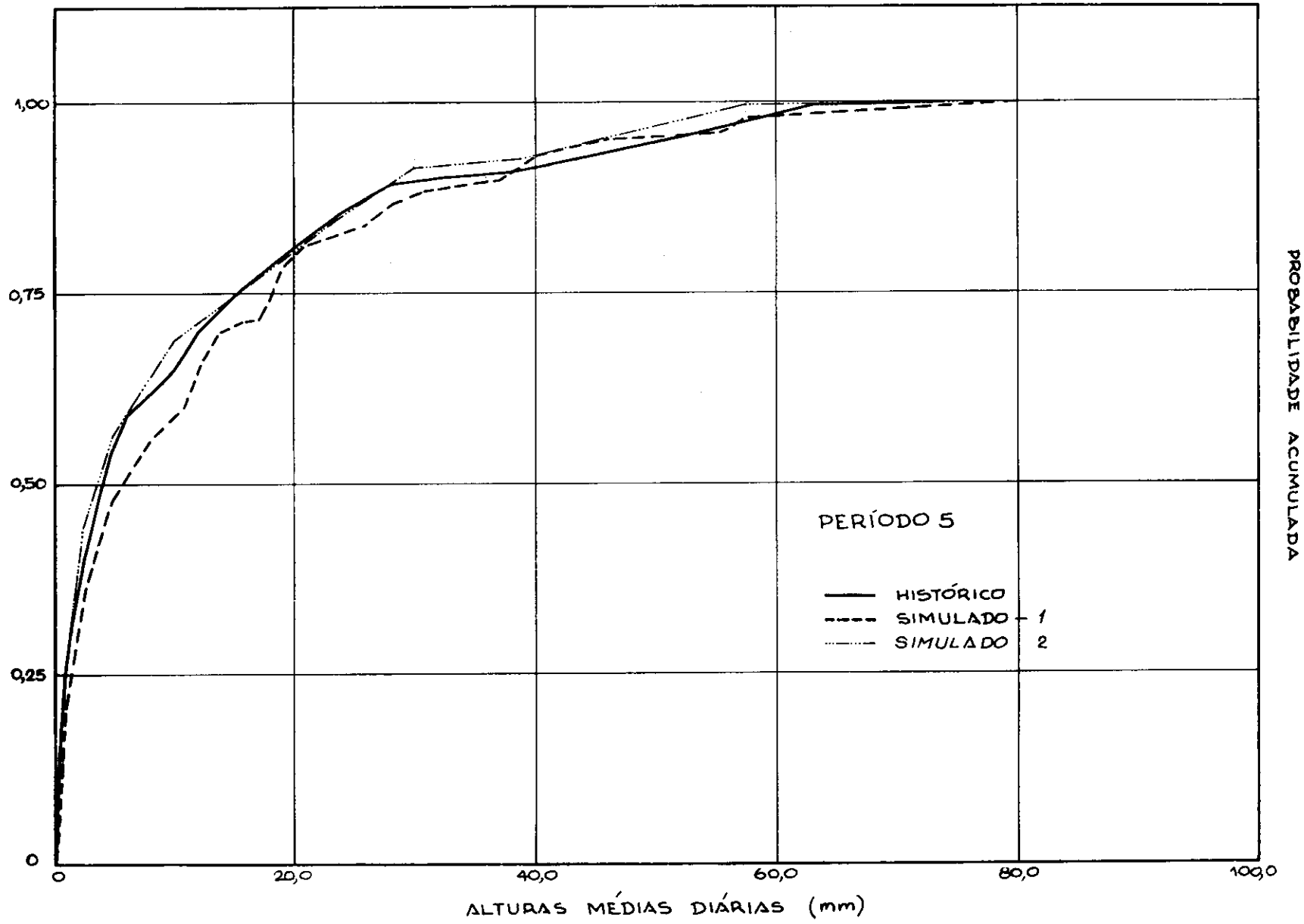
Apresentam-se aqui as curvas cumulativas de distribuição de probabilidades das variáveis de interesse relativas ao posto Birigui-Acco levantadas a partir da série histórica, da série gerada com um único posto (SIMULADO 1), e da série gerada com 3 postos (SIMULADO 2).

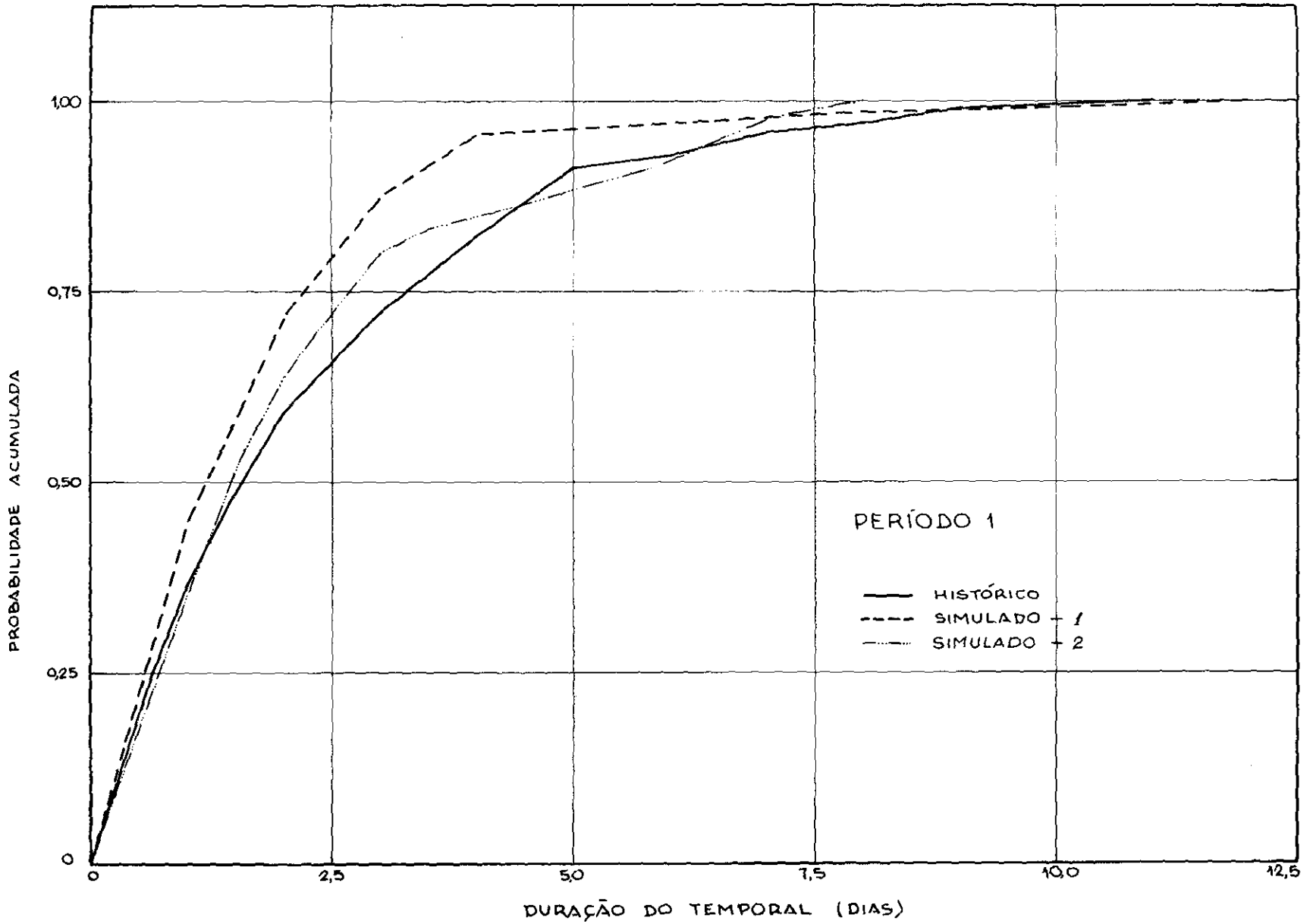

1,00
0,75
0,50
0,25
0
0
25,0
50,0
75,0
100,0
125,0
PERÍODO 1
HISTÓRICO
SIMULADO – 1
SIMULADO – 2
ALTURAS MÉDIAS DIÁRIAS (mm)
PROBABILIDADE ACUMULADA

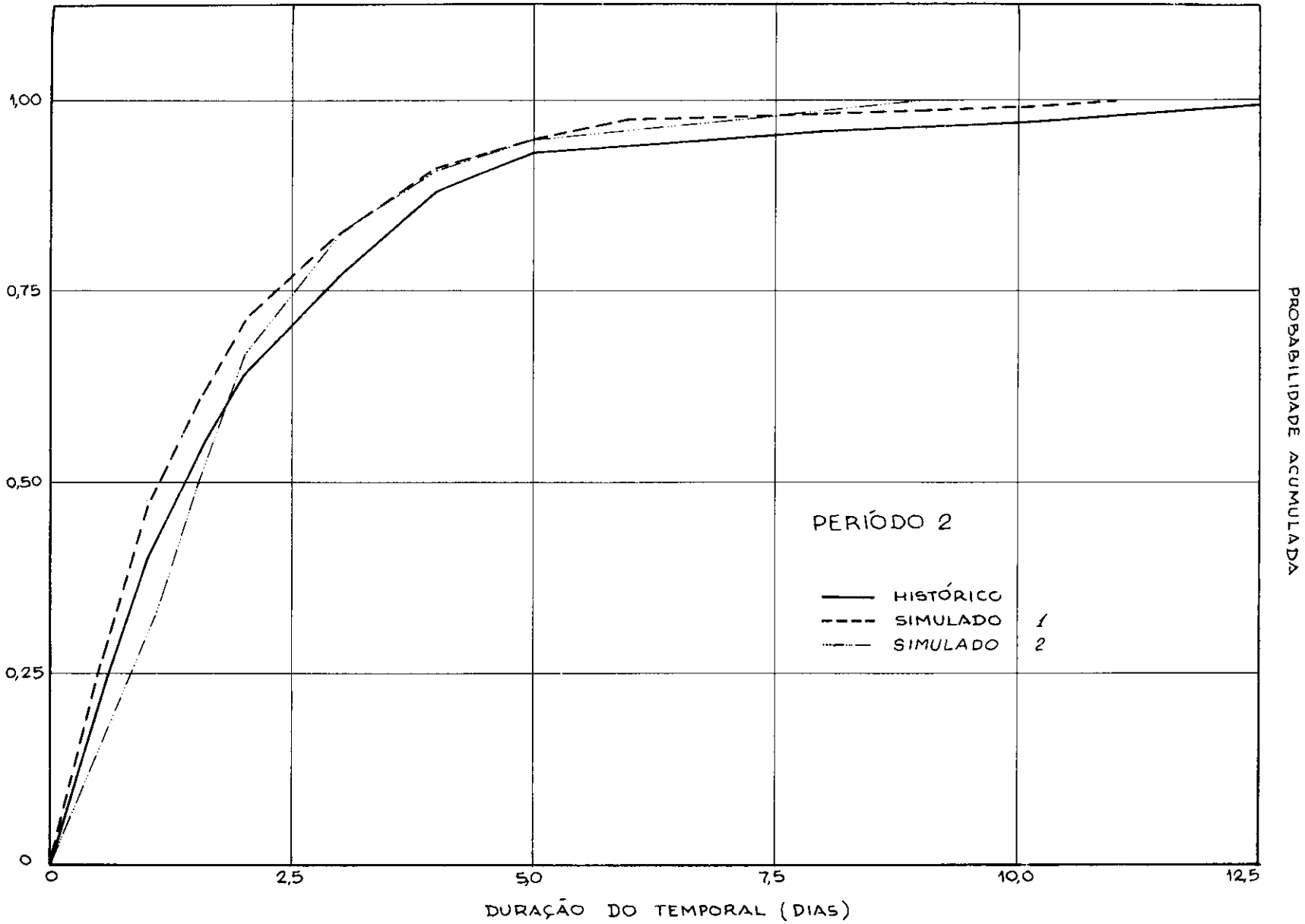

PROBABILIDADE ACUMULADA
1,00
0,75
0,50
0,25
0
0
25,0
50,0
75,0
100,0
125,0
ALTURAS MÉDIAS DIÁRIAS (mm)
PERÍODO 2
HISTÓRICO
SIMULADO – 1
SIMULADO – 2

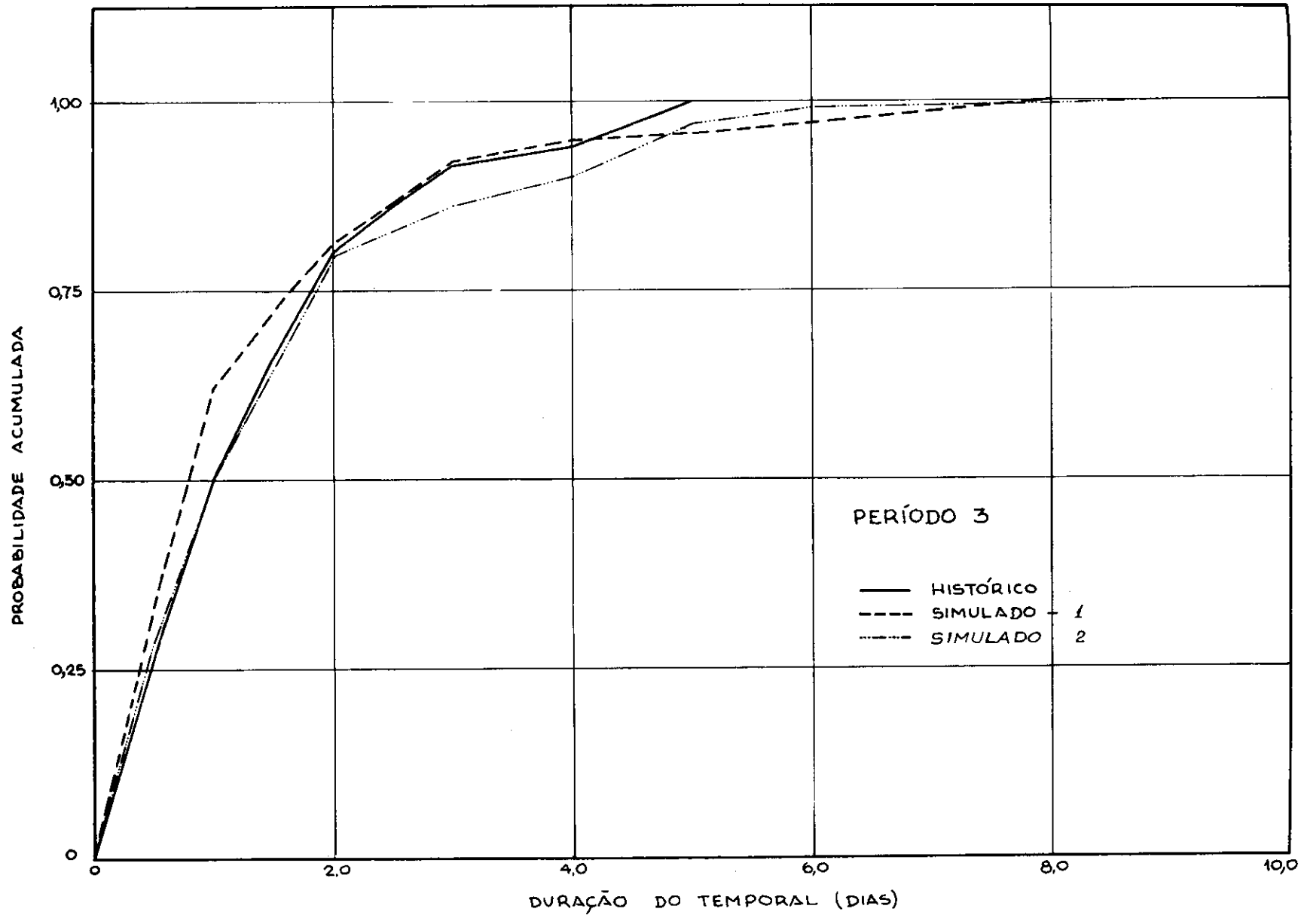

1,00
0,75
0,50
0,25
0
0
25,0
50,0
75,0
100,0
125,0
ALTURAS MÉDIAS DIÁRIAS (mm)
PROBABILIDADE ACUMULADA
PERÍODO 3
HISTÓRICO
SIMULADO - 1
SIMULADO - 2

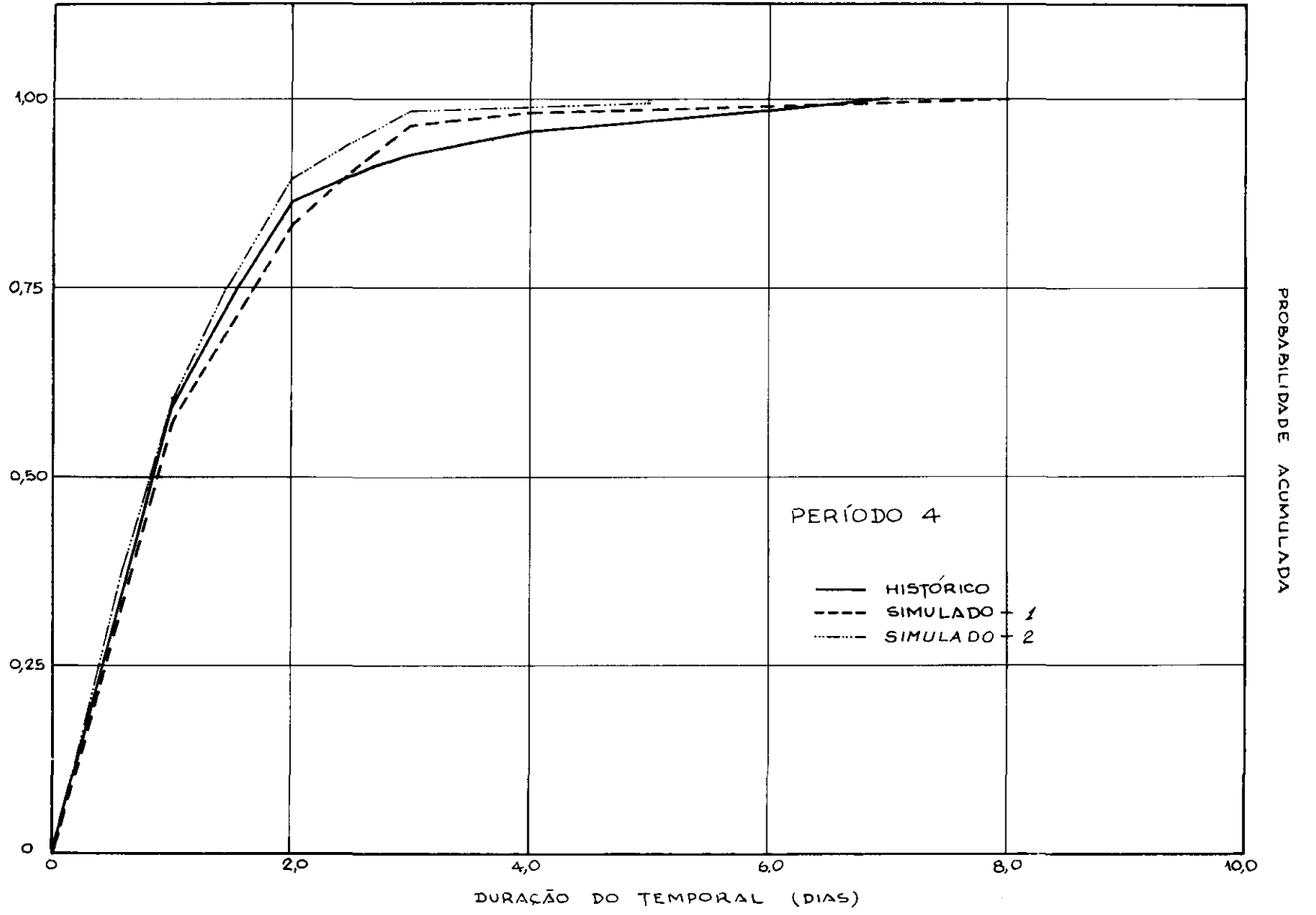

PROBABILIDADE ACUMULADA
1,00
0,75
0,50
0,25
0
0
25,0
50,0
75,0
100,0
125,0
ALTURAS MÉDIAS DIÁRIAS (mm)
PERÍODO 4
HISTÓRICO
SIMULADO – 1
SIMULADO – 2

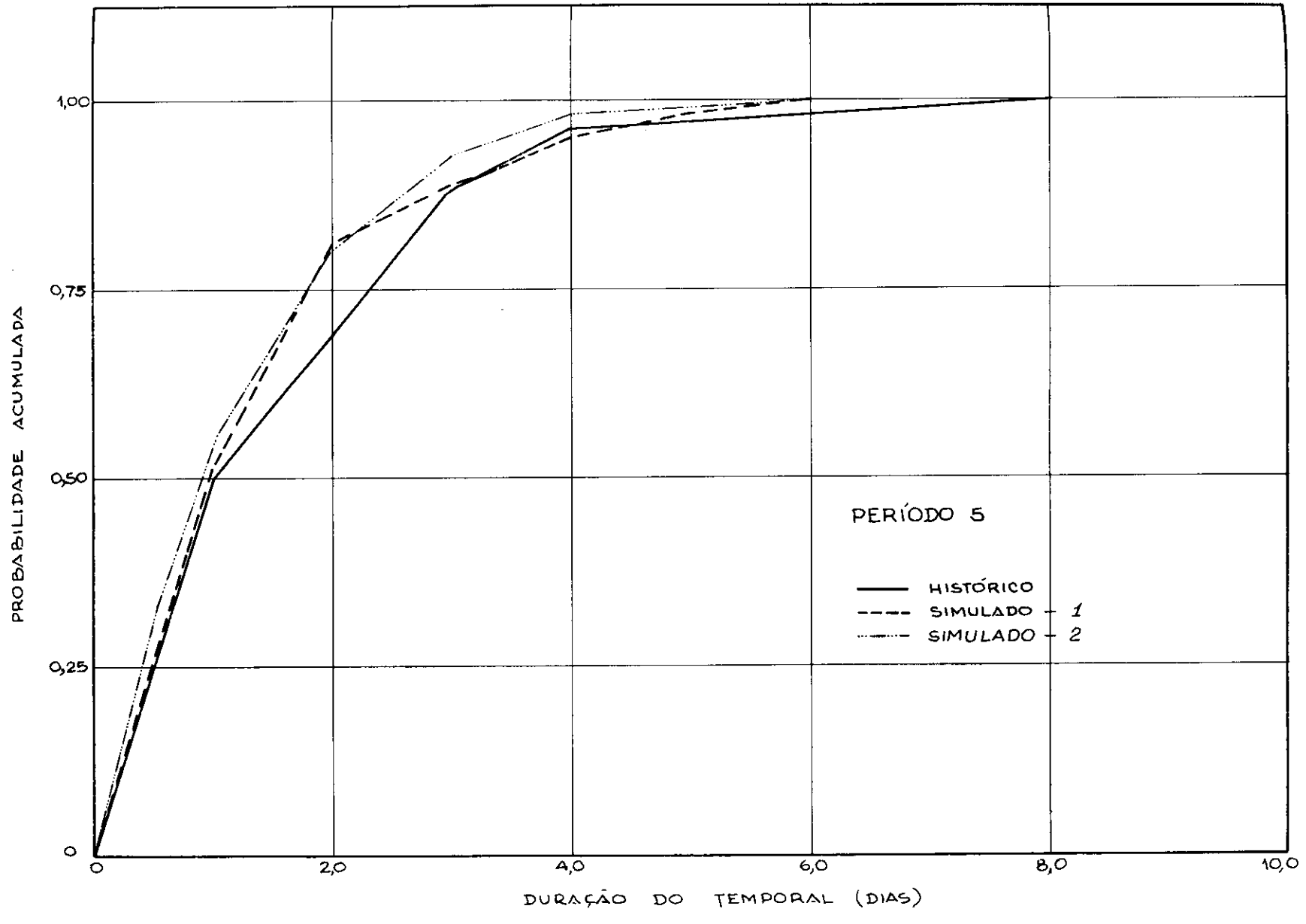

1,00
0,75
0,50
0,25
0
0
20,0
40,0
60,0
80,0
100,0
ALTURAS MÉDIAS DIÁRIAS (mm)
PROBABILIDADE ACUMULADA
PERÍODO 5
HISTÓRICO
SIMULADO – 1
SIMULADO 2

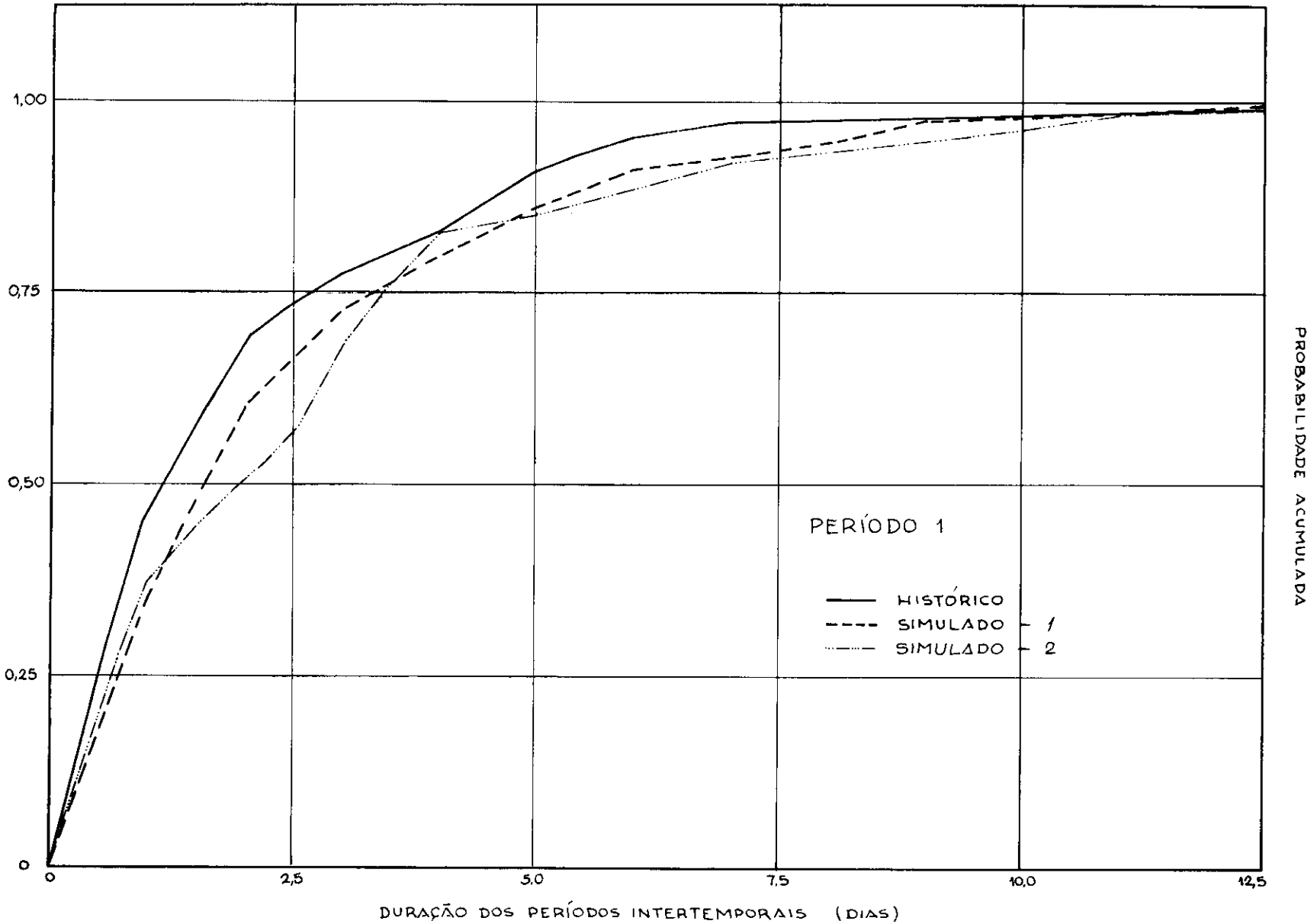

1,00
0,75
0,50
0,25
0
PROBABILIDADE ACUMULADA
0
2,5
5,0
7,5
10,0
12,5
DURAÇÃO DO TEMPORAL (DIAS)
PERÍODO 1
HISTÓRICO
SIMULADO - 1
SIMULADO - 2

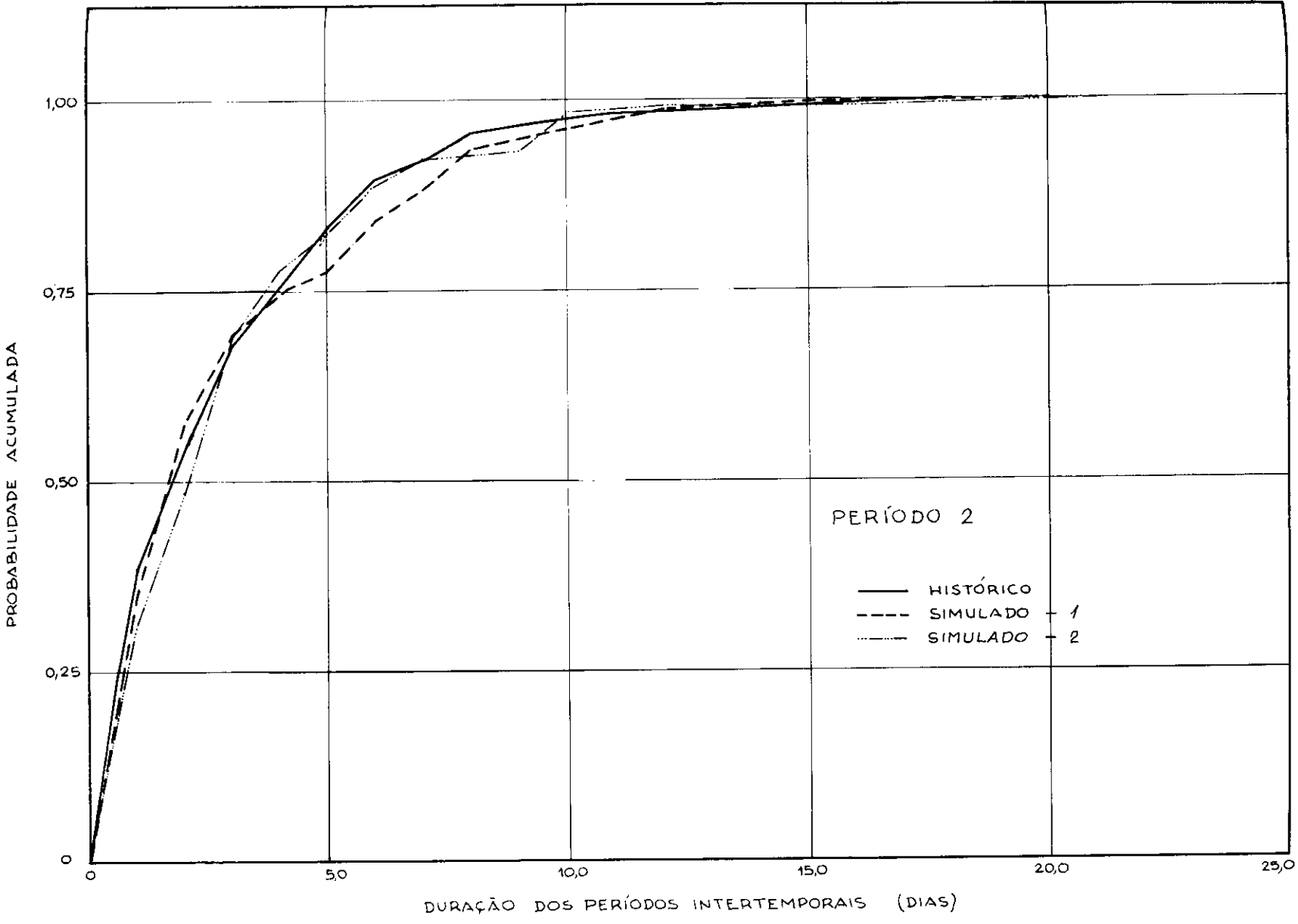

1,00
0,75
0,50
0,25
0
0
2,5
5,0
7,5
10,0
12,5
DURAÇÃO DO TEMPORAL (DIAS)
PROBABILIDADE ACUMULADA
PERÍODO 2
HISTÓRICO
SIMULADO 1
SIMULADO 2

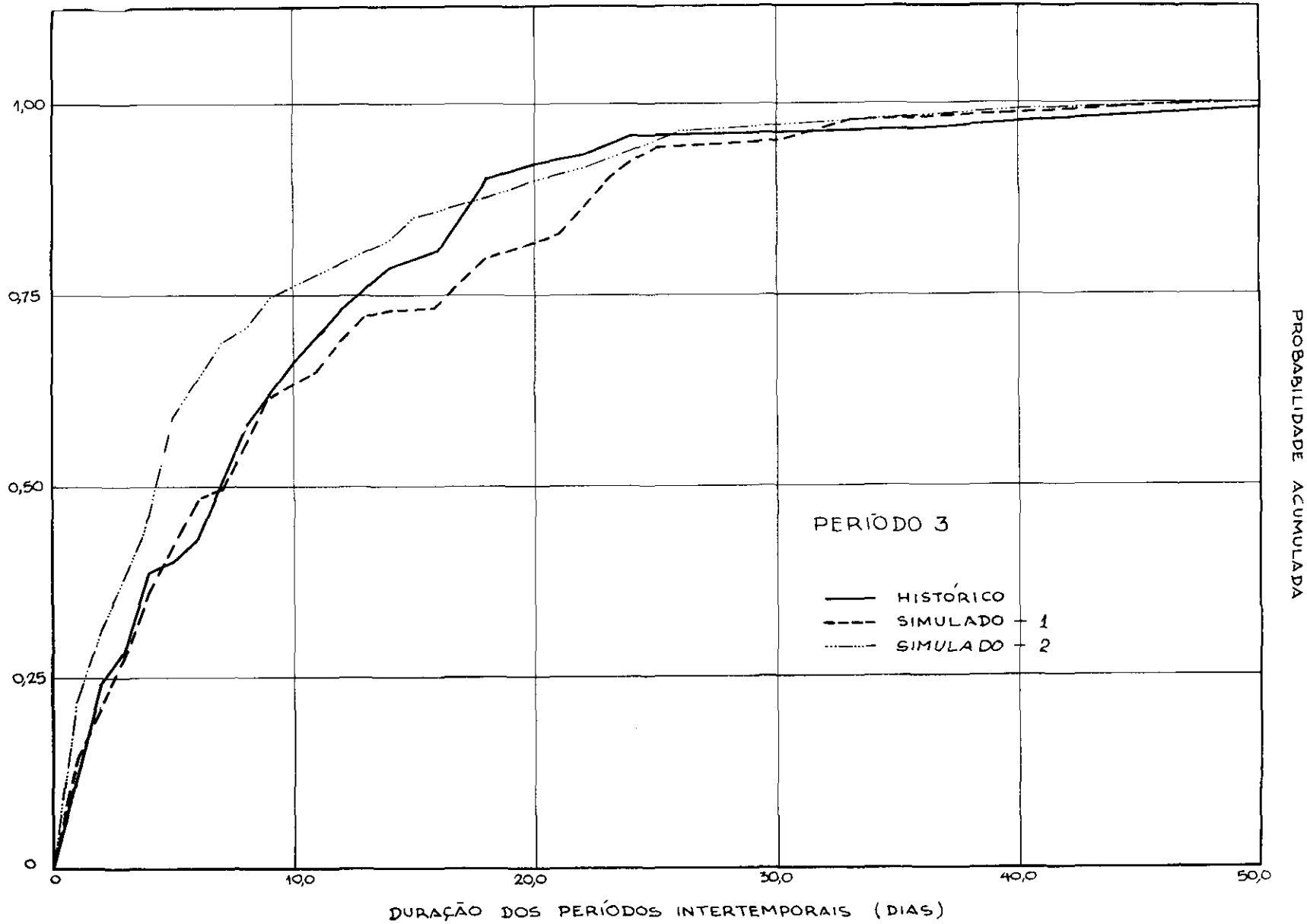

PROBABILIDADE ACUMULADA
1,00
0,75
0,50
0,25
0
0
2,0
4,0
6,0
8,0
10,0
DURAÇÃO DO TEMPORAL (DIAS)
PERÍODO 3
HISTÓRICO
SIMULADO - 1
SIMULADO 2

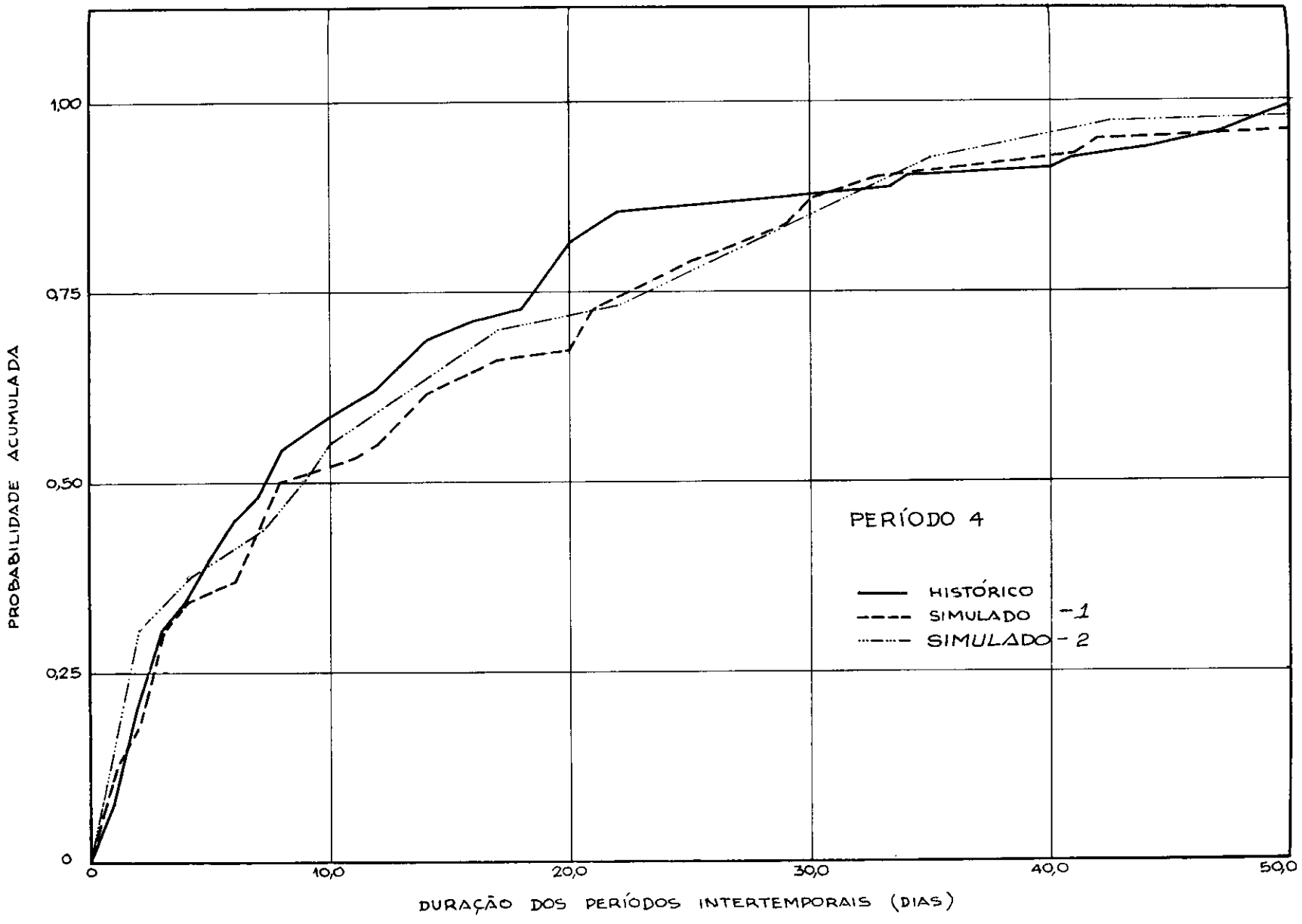

1,00
0,75
0,50
0,25
0
0
2,0
4,0
6,0
8,0
10,0
DURAÇÃO DO TEMPORAL (DIAS)
PROBABILIDADE ACUMULADA
PERÍODO 4
HISTÓRICO
SIMULADO – 1
SIMULADO – 2

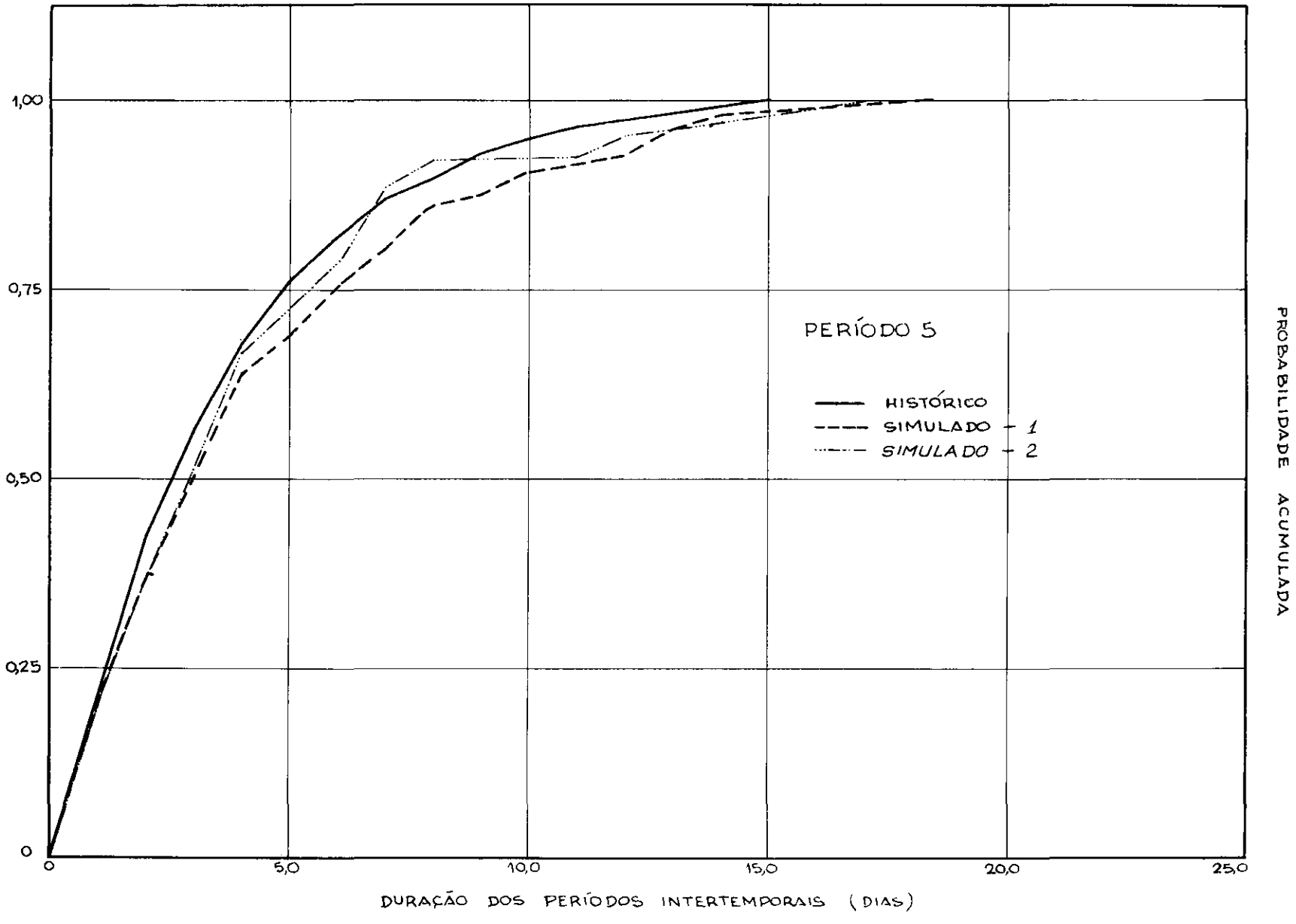

1,00
0,75
0,50
0,25
0
PROBABILIDADE ACUMULADA
0
2,0
4,0
6,0
8,0
10,0
DURAÇÃO DO TEMPORAL (DIAS)
PERÍODO 5
HISTÓRICO
SIMULADO - 1
SIMULADO - 2


1,00
0,75
0,50
0,25
0
0
2,5
5,0
7,5
10,0
12,5
PERÍODO 1
HISTÓRICO
SIMULADO - 1
SIMULADO - 2
PROBABILIDADE ACUMULADA
DURAÇÃO DOS PERÍODOS INTERTEMPORAIS (DIAS)


1,00
0,75
0,50
0,25
0
PROBABILIDADE ACUMULADA
0
5,0
10,0
15,0
20,0
25,0
DURAÇÃO DOS PERÍODOS INTERTEMPORAIS (DIAS)
PERÍODO 2
HISTÓRICO
SIMULADO - 1
SIMULADO - 2


1,00
0,75
0,50
0,25
0
0
10,0
20,0
30,0
40,0
50,0
PERÍODO 3
HISTÓRICO
SIMULADO – 1
SIMULADO – 2
PROBABILIDADE ACUMULADA
DURAÇÃO DOS PERÍODOS INTERTEMPORAIS (DIAS)


1,00
0,75
0,50
0,25
0
PROBABILIDADE ACUMULADA
0
10,0
20,0
30,0
40,0
50,0
DURAÇÃO DOS PERÍODOS INTERTEMPORAIS (DIAS)
PERÍODO 4
HISTÓRICO
SIMULADO -1
SIMULADO - 2


1,00
0,75
0,50
0,25
0
0
5,0
10,0
15,0
20,0
25,0
PERÍODO 5
HISTÓRICO
SIMULADO - 1
SIMULADO - 2
PROBABILIDADE ACUMULADA
DURAÇÃO DOS PERÍODOS INTERTEMPORAIS (DIAS)