

# Modelo de um adimensional de dispersão em lagoas de tratamento

• **Data de entrada:**  
05/10/2017

• **Data de aprovação:**  
30/07/2018



## Model of an adimensional of dispersion in treatment lagoons

Vinicius Alexandre Sikora de Souza<sup>1\*</sup> | Rhayanna Kalline do Nascimento<sup>2</sup> |  
Johannes Gerson Janzen<sup>3</sup>

DOI: <https://doi.org/10.36659/dae.2020.021>

### ORCID ID

Souza, V. A. S  <https://orcid.org/0000-0002-5902-6139>

Nascimento, R. K  <https://orcid.org/0000-0002-9901-4415>  
Janzen, J. G  <https://orcid.org/0000-0003-3850-141X>

### Resumo

O adimensional de dispersão em sua forma unidimensional é amplamente utilizado para medir a eficiência de uma lagoa de tratamento, sendo capaz de antecipar a distribuição tempo-espacial de substâncias dissolvidas nesse sistema de tratamento. Considerando a importância prática de conhecer um modelo confiável de previsão desse coeficiente para lagoas de tratamento, foi proposta uma equação simples utilizando a análise adimensional, onde o mesmo é relacionado com as características geométricas e hidrodinâmicas do escoamento. Utilizando 131 dados experimentais coletados na literatura avalia-se, por meio de análise de erros, coeficientes de determinação linear e testes de hipótese, a equação criada junto com as equações de Polprasert e Bhattarai (1985) e Agunwamba et al. (1992), por essas relacionarem mais variáveis para a representação do fenômeno. Verifica-se a partir dos resultados obtidos que, para os conjuntos de dados analisados, a equação proposta por esse estudo apresenta resultados melhores do que os obtidos pelas equações empíricas analisadas. É necessária, porém, a realização de estudos adicionais para confirmar a aplicabilidade dessas equações em lagoas de tratamento.

**Palavras-chave:** Sistema de tratamento. Eficiência. Modelo antecipativo. Análise.

### Abstract

*The dimensionless dispersion in its one-dimensional form is widely used to measure the efficiency of a treatment pond, is capable of anticipating the time-space distribution of dissolved substances in this treatment system. Considering the practical importance of knowing a reliable prediction model of this coefficient for treatment ponds, a simple equation was proposed using the dimensionless analysis, where it is related to the geometric and hydrodynamic characteristics of the flow. Using the experimental data collected in the literature, the equation created together with the equations of Polprasert and Bhattarai (1985) and Agunwamba et al. (1992), because they relate more variables to the representation of the phenomenon. It can be seen from the results obtained that for the analyzed data sets the equation proposed by this study presents better results than those obtained by the analyzed empirical equations. However, additional studies are required to confirm the applicability of these equations in treatment ponds.*

**Keywords:** Treatment system. Efficiency. Anticipatory model. Analysis.

<sup>1</sup> Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro - RJ - Brasil.

<sup>2</sup> Universidade Federal de Rondônia. Ji-Paraná - RO - Brasil.

<sup>3</sup> Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Pioneiros - MS - Brasil.

\* **Autor correspondente:** vass1000@gmail.com.

## 1 INTRODUÇÃO

As lagoas de tratamento são o método mais utilizado para a purificação de esgotos e de águas residuais, devido à sua grande simplicidade e baixo custo na sua construção e manutenção. Além disso, esse sistema tem uma grande eficiência na remoção de patógenos.

Uma forma amplamente utilizada para medir a eficiência desse sistema de tratamento é o adimensional de dispersão ( $d$ ), na sua forma unidimensional, capaz de antecipar a distribuição tempo-espacial da substância dissolvida, estando intimamente ligado à facilidade ou não de um poluente se dispersar. Esse adimensional baseia-se principalmente na concentração do poluente, ao tempo de retenção e em um coeficiente de dispersão axial que define o grau de mistura.

Segundo Polprasert et al. (1983), os valores de  $d$  incorporam características físicas do fluxo, como a forma da lagoa, a presença de zonas inertes, a velocidade de fluxo e as condições de mistura (correntes de vento, estratificação térmica e turbulência).

Contudo, tal fator acaba não sendo levado em consideração como critério de projeto na construção do sistema, pois sua determinação ocorre por meio do uso de traçadores com a lagoa em funcionamento. Mesmo assim, observa-se um grande interesse em correlacioná-lo com variáveis que afetam significativamente o funcionamento do sistema, para dessa forma construir uma equação que antevêja tal fenômeno.

Segundo Silva (2006), algumas fórmulas empíricas estão disponíveis na literatura para a esti-

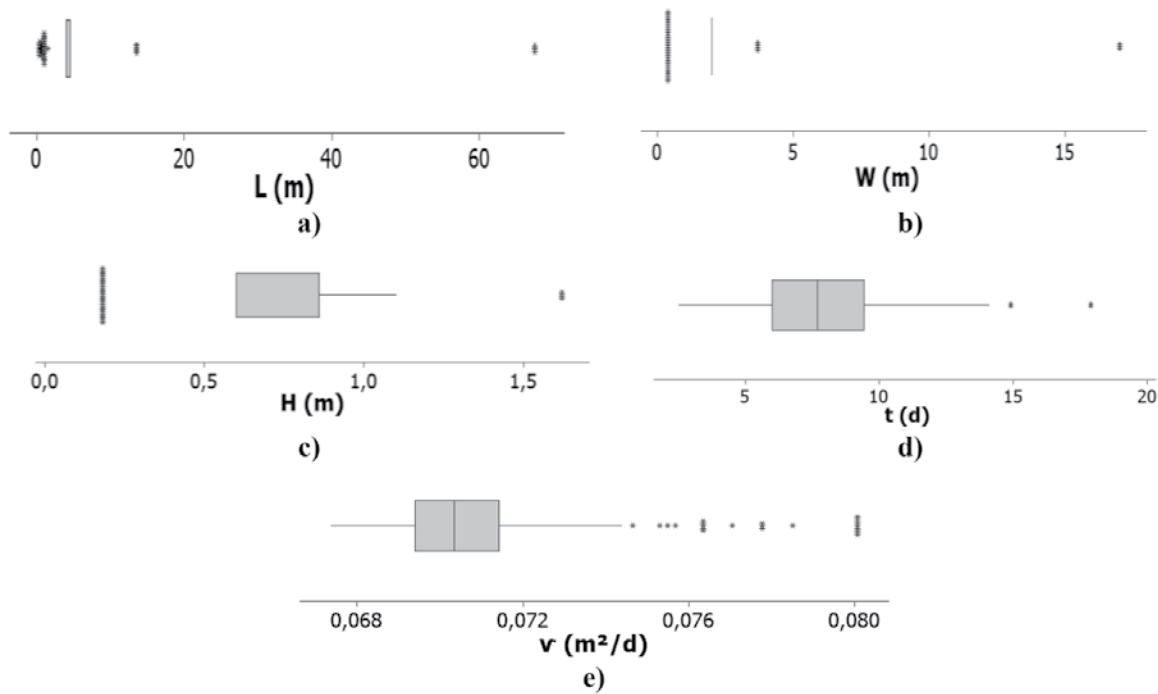
mativa do número de dispersão  $d$ , entre as quais se destacam: Polprasert e Bhattarai (1985); Agunwamba et al. (1992); Yanez (1993); Von Sperling (1999).

Com base nessas informações, observa-se que é necessário verificar por meio das relações das variáveis que interferem na lagoa de tratamento um adimensional que melhor corresponda ao da dispersão, para que este possa ser mais representativo na previsão da eficiência de uma lagoa. Além de avaliá-lo com os adimensionais criados por Polprasert e Bhattarai (1985) e Agunwamba et al. (1992), por estes relacionarem mais variáveis para a representação do fenômeno.

## 2 METODOLOGIA

### 2.1 Obtenção dos dados

Para a concretização do trabalho, realizou-se uma revisão bibliográfica, na qual foram selecionados estudos que apresentavam dados dos adimensionais de dispersão medidos por meio de traçadores, além das variáveis de interesse para a confecção da análise dimensional e da avaliação das equações de Polprasert e Bhattarai (1985) e Agunwamba et al. (1992) junto com a equação provida dessa análise. Os estudos escolhidos foram: Polprasert et al. (1983), Lloyd et al. (2003), Agunwamba (2001), Fonseca (2005), Agunwamba (1992), Polprasert e Bhattarai (1985). A partir destes foi possível obter 131 dados experimentais, para cada variável de interesse: comprimento, largura, profundidade, viscosidade cinemática, tempo de detenção hidráulico (Fig. 1).



**Figura 1.** Distribuição dos dados obtidos: a) comprimento (L); b) largura (W); c) profundidade (H); d) tempo de detenção hidráulico (t); e) viscosidade cinemática (v)

### 2.2 Análise dimensional

Como diversos fatores podem influenciar o adimensional de dispersão em uma lagoa, procurou-se definir e utilizar, como variáveis intervenientes, aquelas que pudessem expressar, da maneira mais adequada possível, as variações do referido adimensional. Adicionalmente, as variáveis consideradas deveriam ser de fácil obtenção, devido à possibilidade de utilização em predições futuras para construção de uma lagoa de tratamento. Outra questão relevante é que os dados de interesse deveriam necessariamente ser determinados sem o sistema estar construído, para que assim esse adimensional pudesse ser levado em conta na construção, a fim de otimizá-la. Dessa forma, definiram-se as seguintes variáveis: vazão, viscosidade cinemática, profundidade, largura e comprimento (Quadro 1).

**Quadro 1** – Unidades e dimensões das variáveis selecionadas.

Quantidade	Dimensão	Unidades SI
Vazão (Q)	L <sup>3</sup> /T	m <sup>3</sup> /s
Viscosidade cinemática (v)	L <sup>2</sup> /T	m <sup>2</sup> /s
Profundidade (H)	L	M
Largura (W)	L	M
Comprimento (L)	L	M

Após a seleção das variáveis de interesse, realizou-se primeiramente uma análise dimensional baseando-se no teorema de Buckingham (ou teorema de pi), obtendo-se os seguintes grupos adimensionais:

$$\pi_1 = \frac{Q}{v \cdot H} \tag{01}$$

$$\pi_2 = \frac{Q}{v \cdot L} \tag{02}$$

$$\pi_3 = \frac{Q}{v \cdot W} \tag{03}$$

Com os grupos adimensionais isolados, usou-se a regressão simples para permitir explorar e inferir a relação do adimensional de dispersão com os grupos adimensionais encontrados. Dentre as várias equações criadas nesse processo, escolheu-se a mais eficiente para prever a variável dependente, ou seja, a que possuiu maior proporção da variabilidade da dispersão (explicado por um dos grupos adimensionais).

### 2.3 Análises estatísticas dos dados

As análises estatísticas dos dados foram divididas em três fases:

- Primeira Fase: comparação dos erros;
- Segunda Fase: comparação dos coeficientes de determinação;
- Terceira Fase: teste de hipótese para verificar se os dados estimados diferem dos dados medidos e se o coeficiente de determinação é significativo.

Na fase inicial (primeira), o critério de comparação escolhido foi o erro entre dados medidos ( $x_m$ ) e os dados estimados ( $x_e$ ) obtidos pelas equações encontradas. Foram escolhidos três entre vários métodos para calcular esse erro: método do erro padrão, método de erro normalizado médio e método do erro multiplicativo médio (MOOG et al., 1998).

A comparação dos erros compreendeu as seguintes etapas:

- a) Cálculo dos erros (EP, ENM e EMM) relacionando os dados estimados por cada equação com os dados medidos;
- b) Análise comparativa de todos os erros encontrados na etapa anterior;

Na segunda fase foi analisado o coeficiente de determinação para cada simulação (dados estimados) relacionada com os dados medidos. Esse coeficiente indica quanto da variação total é comum aos elementos que constituem os pares analisados.

Para comparar os coeficientes de cada equação, utilizou-se a mesma série simulada utilizada para calcular os erros, executando os seguintes passos:

- a) Realização do teste de normalidade de *Kolmogorov-Smirnov* - com nível de significância de 99,5%, no qual se verificou que nenhum dos valores-p obtidos por esse teste ultrapassou o  $\alpha$  estabelecido (0,005), tornando possível supor que os dados possuem normalidade, condição essa exigida para realizar outros testes e os cálculos do  $r^2$ ;
- b) Cálculo dos coeficientes;
- c) Análise comparativa dos coeficientes encontrados.

A terceira e última fase consistiu em um teste de hipótese com nível de significância ( $\alpha$ ) de 0,005 para comprovar se os dados (medidos e estimados) diferem entre si estatisticamente, sendo estabelecida como hipótese nula ( $H_0$ ) que  $x_m = x_e$ , contradizendo a hipótese alternativa ( $H_1$ ), ou seja, a de que  $x_m \neq x_e$ . O critério de decisão foi baseado no valor-p, pois a hipótese de nulidade seria rejeitada para valor-p maior do que  $\alpha$ .

Nessa mesma fase também foi realizado outro teste de hipótese - com  $\alpha$  igual a 0,005 para verificar se os coeficientes de determinação apresentavam valores significativos, estabelecendo como hipótese nula  $\beta = 0$ , e hipótese alternativa  $\beta \neq 0$ . O critério de decisão adotado foi igual ao do teste citado anteriormente.

## 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Numa comparação entre as equações confeccionadas a partir dos adimensionais criados pela análise dimensional, constata-se que o grupo  $\pi_3$  (Eq. 03) apresenta a equação (Eq. 04) que melhor se ajusta ao adimensional de dispersão. Tal equação possui um coeficiente de determinação ( $r^2$ ) de aproximadamente 0,85, isto é, 85% da variação do adimensional de dispersão, e é explicada pela variação do grupo em questão, observado na Fig. 2.

$$d = -3 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{Q}{v \cdot W}\right)^2 + 0,014 \cdot \left(\frac{Q}{v \cdot W}\right) + 0,091 \tag{04}$$

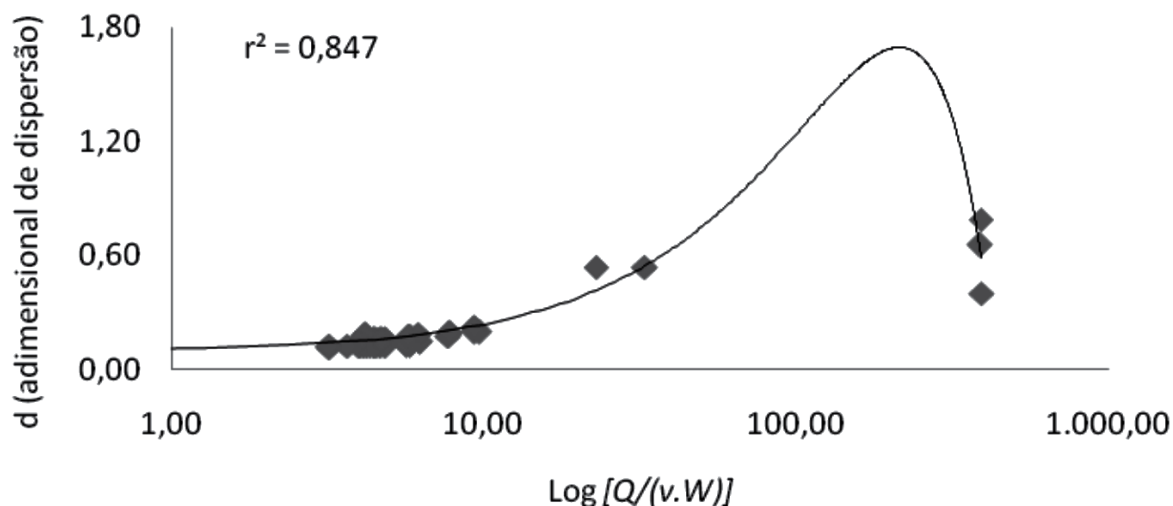


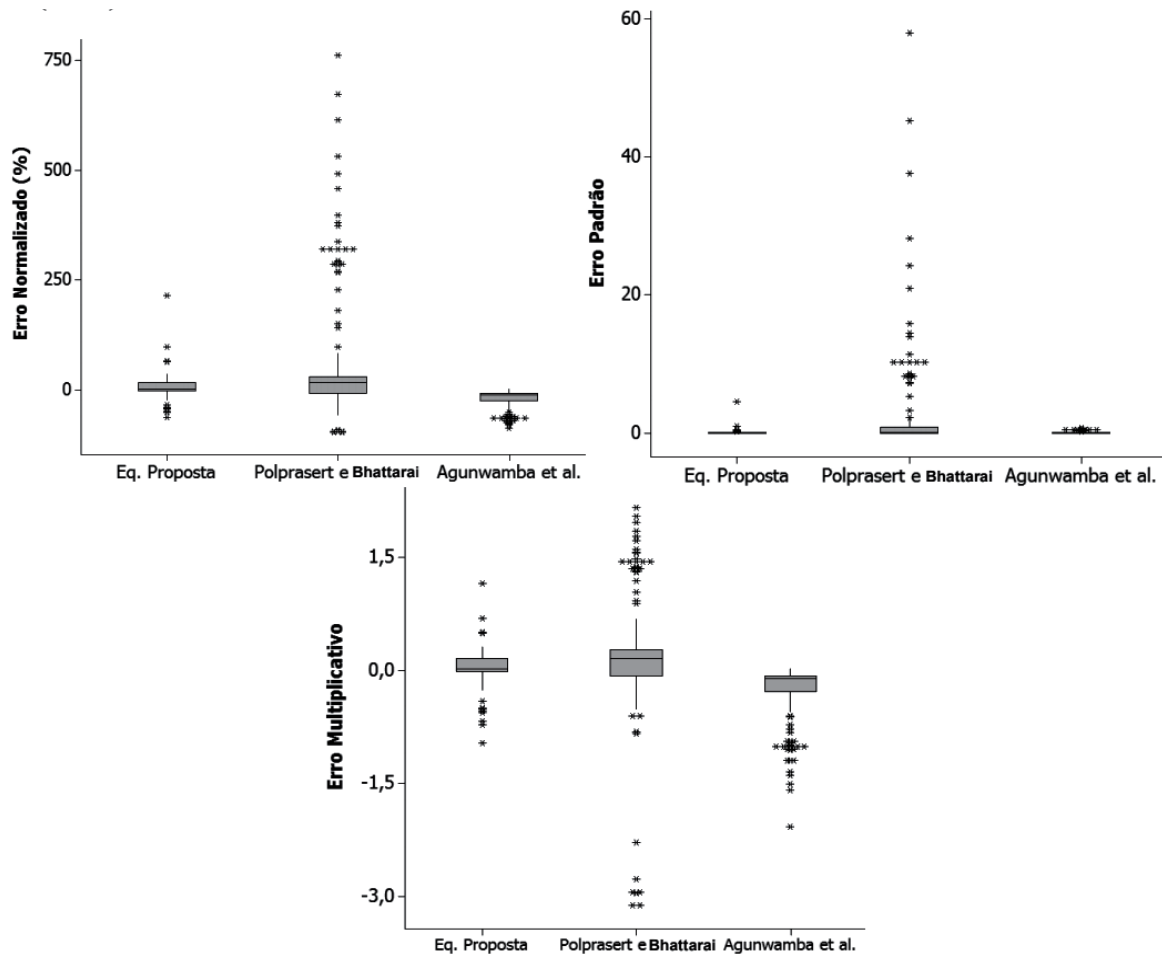
Figura 2. Adimensional de dispersão relacionado com o grupo adimensional  $\pi_3$ .

Para verificar a qualidade do modelo ajustado à base de dados, foi feita uma avaliação do coeficiente de determinação (Tabela 1) e aplicado o teste estatístico. Relacionando os dados medidos com os dados estimados pelas equações, observa-se que apenas a equação proposta (Eq. 04) apresentou  $r^2$  significativa, sendo o mesmo igual a 0,72, fortalecendo assim a suposição de que a Eq. 04 é mais eficiente quando comparada com as equações analisadas, pois 72% dos  $x_e$  estão contidos nos  $x_m$ . Destaca-se ainda que os valores-p obtidos para o teste de  $\beta$  confirmam a significância dos resultados, ou seja, que os valores dos  $r^2$  são estatisticamente significantes, já que os mesmos atenderam às pressuposições pré-estabelecidas.

Tabela 1. Resultados de  $r^2$  e dos valores-p para o teste de  $\beta$  das equações analisadas.

Equação	$r^2$	valor-p
Polprasert e Bhattacharai (1985)	0,062	$< \alpha$
Agunwamba et al. (1992)	0,475	$< \alpha$
Equação proposta	0,721	$< \alpha$

Ao analisar a distribuição dos erros (Fig. 3), percebe-se que a maior amplitude é encontrada na equação de Polprasert e Bhattacharai (1985). Além disso, verifica-se também que a equação proposta (Eq. 04) possui mais pontos discrepantes do que os encontrados na equação de Agunwamba et al (1992) nos erros normalizados e erros padrão. No entanto, esses pontos estão em menor número em relação aos pontos *outliers* da equação de Agunwamba et al. (1992).



**Figura 3.** Gráficos box-plot das distribuições dos erros: a) normalizado; b) padrão; c) multiplicativo.

A Tabela 2 mostra os valores dos erros médios calculados com base nas equações estudadas, em que se verifica que a equação proposta apresenta melhores resultados. Principalmente em relação aos erros normalizados, que quando relacionados com as outras equações torna possível perceber uma diferença significativa nos valores. Vale ressaltar que o erro padrão da equação proposta por Polprasert e Bhattarai (1985) é superior aos demais. E os valores dos erros multiplicativos médios encontram-se entre o intervalo de 0 e 2 ocasionados devido à sensibilidade do método quanto às pequenas diferenças entre os dados estimados e os medidos.

**Tabela 2.** Erros médios das equações analisadas.

Erros Médios	ENM	EP	EMM
Equação Proposta	5,68	0,30	1,18
Polprasert e Bhattarai (1985)	70,81	1,76	1,83
Agunwamba et al. (1992)	-22,17	0,32	1,38

Na realização do teste pareado de t, constata-se que a equação proposta é a única que fornece dados que supostamente não diferem dos dados medidos por apresentar valor-p maior do que  $\alpha$ , sendo estes respectivamente, 0,109 e 0,005. Ao contrário das equações de Polprasert e Bhattarai (1985) e Agunwamba et al. (1992), nas quais houve evidências estatísticas para inferir que os dados obtidos pelas mesmas diferem dos dados medidos (Tabela 3).

**Tabela 3.** Valores-p para o teste pareado de t das equações analisadas.

Equação	valor-p
Polprasert e Bhattarai (1985)	< $\alpha$
Agunwamba et al. (1992)	< $\alpha$
Equação proposta (Equação 4)	> $\alpha$

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando a importância prática de conhecer um modelo confiável de previsão do coeficiente de dispersão para lagoas de tratamento, foi proposta uma equação simples que relaciona o coeficiente com as características geométricas e hidrodinâmicas do escoamento. Apoiando-se na análise dimensional, o modelo foi ajustado baseando-se em seis estudos, totalizando 131 dados experimentais.

A partir da análise dos resultados obtidos, é possível concluir que para os conjuntos de dados analisados na equação proposta por esse estudo, a Eq. 4 apresenta resultados bons, até mesmo melhores do que os obtidos pelas equações empíricas analisadas Polprasert e Bhattarai (1985) e Agunwamba et al. (1992). Isso sugere que tal equação pode ser utilizada para determinar o adimensional de dispersão de futuros projetos. É necessária, porém, a realização de estudos adicionais para confirmar a aplicabilidade dessas equações em lagoas de tratamento.

#### 5 AGRADECIMENTOS

Inicialmente, os autores agradecem a bolsa de estudos concedida ao primeiro autor fornecida pelo CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. Agradecimentos são estendidos à Faperj, por meio dos projetos Faperj - Pensa Rio – Edital 34/2014 (2014-2017) - E-26/010.002980/2014, Faperj no E\_12/2015 e FAPERJ no E\_22/2016, bem como ao suporte oferecido pelo CNPq por meio do projeto Edital no 12/2016 - Processo 306944/2016-2 e projetos Edital Universal no 14/2013 - Processo 485136/2013-9 e no 28/2018 - Proces-

so 435714/2018-0, bem como pelo apoio da Capes - Código de Financiamento 001.

#### 6 CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

**Conceitualização**, Souza VAS, Janzen JG; **Redação - Primeira versão**, Souza VAS, Nascimento RK; **Metodologia**, Souza, VAS; **Redação - Revisão e Edição**, Souza VAS, Nascimento RK, Janzen JG; **Supervisão**, Janzen JG.

#### 7 REFERÊNCIAS

- AGUNWAMBA, J. C. A new method for dispersion number determination in waste stabilization pond. In: **Water, Air, and Soil Pollution**, vol. 63, p. 361-369. Kluwer Academic Publishers. Netherlands, 1992.
- AGUNWAMBA, J. C. Effect of tapering on the performance of waste stabilization ponds. In: **Wat. Res. Vol. 35**, No. 5, p. 1191 - 1200. Great Britain. 2001.
- AGUNWAMBA, J. C.; EGBUNIWE, N.; ADEMILUYI, J. O. Prediction of the dispersion number in waste stabilization ponds. In: **Water Research**, London, v. 26, n. 1, p. 85-89, Jan. 1992.
- FONSECA, P. W. **Avaliação do desempenho e caracterização de parâmetros em lagoas facultativa e de maturação**. Dissertação. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE. Rio de Janeiro, 2005.
- LLOYD, B.J., VORKAS, C.A, GUGANESHARAJAH, R. K. Reducing hydraulic short-circuiting in maturation ponds to maximize pathogen removal using channels and wind breaks. In: **Water Science Technology**. Vol 48. Nº 2. p. 153-162. 2003.
- MOOG, D. B.; JIRKA, G. H. Analysis of reaeration equations using mean multiplicative error. In: **Journal of Environmental Engineering**, p. 104 – 110. February 1998.
- POLPRASERT, C.; BHATTARAI, K. K. Dispersion model for waste stabilization ponds. In: **Journal of the Environmental Engineering Division**, Alexandria, v. 111 (EE1), p. 45-59, Apr. 1985.
- POLPRASERT, C.; DISSANAYAKE, M. G., THANH, N.C. Bacterial die-off kinetics in waste stabilization ponds. In: **Journal Water Pollution Control Federation**. Washington – U.S.A. March 1983.
- SILVA, F. J. A. . Número de dispersão em lagoas de maturação. In: **Revista Tecnologia** (UNIFOR), Fortaleza, CE, v. 27, n. 1, p. 17-24, 2006.
- VON SPERLING, M. Performance evaluation and mathematical modelling of coliform die-off in tropical and subtropical waste stabilization ponds. In: **Water Research**, London, v. 33, n. 6. p. 1435-1448, 1999.
- YÁÑEZ, F. **Lagunas de estabilización: teoría, diseño y mantenimiento**. Cuenca: ETAPA, 1993. 421 p.