

# O estado da arte sobre escoamentos em quedas sucessivas em canais com o fundo em degraus

## *The state-of-the-art on nappe flow in stepped chutes*

• **Data de entrada:**  
07/12/2021


• **Data de aprovação:**  
04/01/2022


Thaise Ithana de Souza França<sup>1</sup> | André Luiz Andrade Simões<sup>1\*</sup> | Luciano Matos Queiroz<sup>1</sup> | Iran Eduardo Lima Neto<sup>2</sup> | Harry Edmar Schulz<sup>3</sup> | Rodrigo de Melo Porto<sup>4</sup>

DOI: <https://doi.org/10.36659/dae.2023.008>


### ORCID ID


França TIS  <https://orcid.org/0000-0003-0866-0524>

Simões ALA  <https://orcid.org/0000-0001-7784-3290>

Queiroz LM  <https://orcid.org/0000-0001-8390-1274>

Lima Neto IE  <https://orcid.org/0000-0001-8612-5848>

Schulz HE  <https://orcid.org/0000-0002-2827-0112>

Porto RM  <https://orcid.org/0000-0003-4862-1810>

### Resumo

Apresenta-se uma revisão da literatura sobre os escoamentos em quedas sucessivas, assim como a respeito de escoamentos sobre um degrau. Foram analisadas metodologias para a previsão do alcance do jato, alturas características dos escoamentos, energia dissipada e eficiência de reoxigenação. As equações foram comparadas entre si e com dados experimentais, fornecendo informações sobre desvios, concordâncias, divergências e lacunas de conhecimento devido à falta de dados. Concluiu-se não haver concordância entre as metodologias para o cálculo da energia dissipada por um degrau e para o alcance do jato. Para mais de um degrau, não há consenso sobre a previsão da ocorrência do regime estudado e seus sub-regimes. Há lacunas sobre o cálculo da energia dissipada e poucos estudos sobre a reaeração. Tais lacunas e potenciais avanços sobre o tema conduziram, no presente trabalho, à proposição de uma equação para a energia dissipada e uma equação para o cálculo da eficiência da reaeração.

**Palavras-chave:** Canal em degraus. Quedas sucessivas. Vertedor em degraus.

### Abstract

*A literature review is presented on nappe flows, as well as on flows over one step. Methods for predicting jet lengths, characteristic flow depths, energy dissipation and reaeration efficiency were analyzed. The equations were compared between each other and with experimental data, providing information about differences, agreements, divergences, and knowledge gaps due to lack of data. It was concluded that there is no agreement between the methodologies for calculating the energy dissipated by one step and for the jet length. For more than one step, there is no consensus on the prediction of the occurrence of the studied regime and its sub-regimes. There are gaps in the calculation of dissipated energy and few studies on re-aeration. Such gaps and potential advances on the subject led, in the present work, to the proposition of an equation for the dissipated energy and an equation for the calculation of the re-aeration efficiency.*

**Keywords:** *Nappe flow. Stepped chute. Stepped spillways.*

<sup>1</sup> Universidade Federal da Bahia - Salvador - Bahia - Brasil.

<sup>2</sup> Universidade Federal do Ceará - Fortaleza - Ceará - Brasil.

<sup>3</sup> Hydro-Engineering Solutions - Auburn - Alabama - Estados Unidos.

<sup>4</sup> Universidade de São Paulo - São Carlos - São Paulo - Brasil.

\* **Autor correspondente:** [andre.simoese@ufba.br](mailto:andre.simoese@ufba.br).

## 1 INTRODUÇÃO

Os escoamentos em quedas sucessivas em canais com o fundo em degraus ou com apenas um degrau têm sido estudados há pelo menos oitenta e cinco anos, desde a publicação do trabalho de Rouse (1936). Antes desta data há algumas informações dispersas, como um esboço de Leonardo da Vinci (RICHTER, 1883, p.236), que retrata as quedas sucessivas, e fotografias de uma antiga barragem em Arkanania, na Grécia (KNAUSS, 1995; CHANSON, 2002). Entre 1960 e 1961 o Concreto Compactado a Rolo - CCR foi empregado pela primeira vez como parte do núcleo de uma barragem em Taiwan (ANDRIOLO, 1998). Desde então, devido à relativa facilidade de construção dos degraus como consequência do uso do CCR, uma vez que o mesmo é empregado em camadas, intensificou-se o interesse científico sobre os escoamentos em canais com o fundo em degraus.

As barragens construídas em CCR são projetadas com diferentes inclinações do paramento de jusante, havendo uma predominância de inclinações elevadas, como 1V:0,75H e 1V:0,80H, por exemplo. Essa condição, para as vazões de projeto, implica na ocorrência de um regime de escoamento denominado como deslizante sobre turbilhões, ou *skimming flow*, razão pela qual a maior parte dos estudos se concentrou na busca de dados e elaboração de metodologias sobre esse regime. Tal abordagem direcionada ao regime deslizante sobre turbilhões deixou lacunas no conhecimento sobre o regime de quedas sucessivas que impactam diretamente os projetos de barragens menos íngremes submetidas a esse regime e canais em degraus empregados em sistemas de drenagem, entre outras aplicações, que frequentemente operam em quedas sucessivas.

## 2 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo geral apresentar uma revisão da literatura sobre os es-

coamentos em quedas sucessivas de tal maneira que seja possível expor o estado da arte sobre o tema, lacunas e desafios científicos. Os objetivos específicos são: (1) identificar e comparar equações desenvolvidas para o cálculo de grandezas características de escoamentos sobre um degrau; (2) calcular os desvios entre equações destinadas ao cálculo da energia dissipada por um degrau, incluindo a comparação com dados experimentais disponíveis na literatura; (3) identificar e comparar diferentes equações propostas para a determinação da ocorrência do escoamento em quedas sucessivas e os seus sub-regimes; (4) identificar equacionamentos propostos para a determinação da vazão de ar abaixo do jato em escoamentos em quedas sucessivas; (5) comparar metodologias disponíveis na literatura para o cálculo da perda de carga em cada um dos três sub-regimes de escoamentos em quedas sucessivas, incluindo a comparação com dados experimentais; (6) propor uma equação empírica para a previsão da energia dissipada em regime de quedas sucessivas sem formação de ressalto hidráulico; (7) comparar dados e metodologias disponíveis na literatura para a previsão da reaeração superficial do escoamento em quedas sucessivas; (8) propor uma equação empírica adimensional para a previsão da eficiência da reaeração.

## 3 METODOLOGIA

A elaboração deste trabalho fez uso de artigos, teses, dissertações e outros documentos nacionais e internacionais. A análise dos mesmos inclui uma abordagem qualitativa capaz de identificar metodologias empíricas e suas características, assim como as abordagens teóricas empregadas pelos diferentes autores. Como parte fundamental da análise crítica necessária à revisão da literatura, realizaram-se comparações entre metodologias propostas para a análise e dimensionamento de vertedores e canais em degraus submetidos ao regime de quedas sucessivas. A

seleção dos trabalhos analisados foi conseguida a partir de pesquisas em bibliotecas digitais de teses e dissertações hospedadas nos sites de universidades nacionais e internacionais, sites de periódicos, anais de eventos técnicos e científicos, publicações impressas e comunicações pessoais com autores de estudos publicados. Como parte do estudo, a identificação de algumas lacunas conduziu à proposição de duas equações empíricas baseadas em dados experimentais de diferentes autores. Os cálculos foram realizados empregando regressão não linear.

## 4 REVISÃO DA LITERATURA

### 4.1 Escoamento sobre um degrau

Os escoamentos em quedas sucessivas ocorrem em canais em degraus utilizados em drenagem urbana e em taludes de rodovias, em alguns vertedores de barragens com degraus de grandes dimensões ou inclinações reduzidas, em estruturas da arquitetura decorativa, em escadarias utilizadas por pedestres em bairros situados em encostas, conhecidas como escadarias drenan-

tes, e em sistemas de transposição de peixes. Como pode ser visto em descrições de alguns autores, incluindo desenhos elaborados por Leonardo da Vinci (VINCI, 1828; RICHTER, 1883), o escoamento sobre um degrau ocorre com a queda livre de um jato cuja parte inferior permanece em contato com o ar à pressão atmosférica, jato este que mergulha no volume de água presente no piso do degrau seguinte, dividindo-se em uma parte que fica abaixo jato e uma parte que segue para jusante.

Estudos sistemáticos sobre escoamentos em quedas sucessivas ou sobre apenas um degrau têm sido realizados desde Rouse (1936), que apresentou a relação entre a altura crítica,  $h_c$ , e a altura de escoamento na extremidade do degrau,  $h_b$ , de acordo com a Eq. 1.

$$h_b = 0,715h_c \quad (1)$$

em que  $h_b$  é a altura de escoamento, perpendicular ao fundo, na extremidade do degrau conforme a Fig. 1;  $h_c$  é a altura crítica para canais retangulares, cuja definição é  $h_c = (q^2/g)^{1/3}$ , sendo  $q$  a vazão específica e  $g$  a aceleração devido à gravidade.

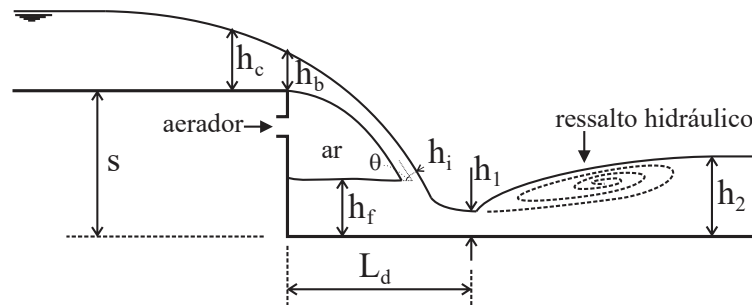


Figura 1 - Escoamento sobre um degrau: definições.

Moore (1943) estudou as características do escoamento sobre um degrau empregando dois modelos físicos com 0,28 m de largura, degraus com

alturas de 0,15 m e 0,46 m e vazões iguais a 1,72 L/s e 3,13 L/s. O referido autor mediu  $h_b$ ,  $h_1$ ,  $h_2$  e  $h_p$  alturas de escoamento definidas na Fig. 1.

White (1943), em uma discussão sobre o artigo de Moore (1943), propôs a Eq. 2, originada a partir das equações de conservação de massa e quantidade de movimento para o cálculo de  $h_1/h_c$  em função de  $s/h_c$ , em que  $s$  = altura do degrau. Craya (1948) propôs uma solução analítica que relaciona  $h_b$  com  $h_c$  por meio da Eq. 3.

$$\frac{h_1}{h_c} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{1,5}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{s}{h_c} + \frac{3}{2}}} \quad (2)$$

$$h_b = 0,65h_c \quad (3)$$

Rand (1955) realizou experimentos sobre o escoamento em um degrau e utilizou os seus resultados em conjunto com os de Moore (1943) com o objetivo de propor uma metodologia de projeto a partir das Eq. 4 a 7 para o cálculo das grandezas descritas na Fig. 1, sendo válidas desde que  $0,045 < h_c/s < 1$ .

$$\frac{h_1}{s} = 0,54 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{1,275} \quad (4)$$

$$\frac{h_2}{s} = 1,66 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{0,81} \quad (5)$$

$$\frac{h_f}{s} = \left(\frac{h_c}{s}\right)^{0,66} \quad (6)$$

$$\frac{L_d}{s} = 4,30 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{0,81} \quad (7)$$

Mais tarde, Bauer e Graf (1971) apresentaram a Eq. 8 como resultado de estudos experimentais realizados em um modelo com 0,46 m de largura e  $h_c < 0,124$  m. Kraijenhoff e Dommerholt (1977) obtiveram a equação 9 como resultado de um estudo experimental realizado em um modelo com largura de 0,50 m e  $0,021 \text{ m} < h_c < 0,068$  m.

$$h_b = 0,781h_c \quad (8)$$

$$h_b = 0,714h_c \quad (9)$$

Gill (1979) adotou simplificações diferentes das de White (1943) ao formular o problema com as leis físicas, tendo com isso obtido melhor ajuste entre teoria e experimentação. Gill (1979) também constatou experimentalmente que a relação  $h_b/h_c$  depende da largura do canal, podendo assumir valores no intervalo  $0,72 < h_b/h_c < 0,93$ . Como resultado de seu trabalho, foi proposta a Eq. 10, válida para  $0,075 < h_c/s < 0,45$ .

$$\frac{h_f}{s} = 1,067 \left(\frac{h_c}{s} - 0,0016\right)^{0,697} \quad (10)$$

Ferro (1992), com dados experimentais obtidos em um modelo com  $0,15 < h_c/s < 0,93$ , apresentou a Eq. 11.

$$h_b = 0,76h_c \quad (11)$$

Rajaratnam e Chamani (1995), para um modelo submetido a  $0,07 < h_c/s < 1$ , propuseram a Eq. 12 para o cálculo de  $h_f/s$  e a Eq. 13 para o cálculo da energia dissipada pelo degrau,  $\Delta H$ , adimensionalizada com  $H_1 = s + 1,5h_c$ , que é a carga hidráulica total a montante da queda. Chanson (1995) desenvolveu as Eq. 14 a 20 para as grandezas indicadas na Fig. 1.

Toombes e Chanson (2008) realizaram experimentos em dois canais em degraus com  $s = 0,143$  m. O primeiro com 25 m de extensão, 0,5 m de largura e degraus com comprimento  $l = 2,4$  m e o segundo canal com 3,2 m de extensão, 0,25 m de largura e apenas um degrau. Destaca-se que cada modelo físico empregado apresentava escoamento de entrada em regime supercrítico, com altura de escoamento  $h_o$ . Entre as grandezas medidas pelos autores, encontram-se o alcance do jato  $L_d$ , pressões na cavidade do primeiro degrau e concentrações de ar. Para o alcance  $L_d$ , os autores desenvolveram a Eq. 21, que se diferencia das demais por corresponder a entradas supercríticas.

$$\frac{h_f}{s} = 1,107 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{0,719} \quad (12)$$

$$\frac{\Delta H}{H_1} = 0,0896 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{-0,766} \quad (13)$$

$$\frac{L_d}{s} = 2,17 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{0,525} \quad (14)$$

$$\frac{h_i}{s} = 0,688 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{1,483} \quad (15)$$

$$tg\theta = 0,855 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{-0,582} \quad (16)$$

$$\frac{h_f}{s} = 0,998 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{0,675} \quad (17)$$

$$\frac{h_1}{s} = 0,625 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{1,326} \quad (18)$$

$$\frac{h_2}{s} = 1,565 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{0,809} \quad (19)$$

$$\frac{\Delta H}{H_1} = 1 - \frac{0,54 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{0,275} + \frac{3,43}{2} \left(\frac{h_c}{s}\right)^{-0,55}}{\frac{3}{2} + \frac{s}{h_c}} \quad (20)$$

$$\frac{L_d}{s} = \frac{h_o}{2s} \left( \sqrt{1 + (Fr_o^{-1} + 2Fr_o)^2 \left(2\frac{s}{h_o} + \frac{h_b}{h_o}\right)} - 1 \right) \quad (21)$$

em que  $Fr_o$  é o número de Froude do escoamento de entrada, calculado com  $h_o$ . Os experimentos foram realizados para  $2 \leq Fr_o \leq 10$ .

A literatura sobre escoamentos em canais com um ou mais degraus ou vertedores em degraus utiliza a equação da energia, Eq. 22, para um volume de controle com uma entrada e uma saída, assumindo escoamento crítico no topo do canal (entrada)

e supercrítico na saída, com altura  $h_1$ , conforme a Fig. 1, a exemplo do trabalho de Stephenson (1979) e da Eq. 20, proposta por Chanson (1995).

$$z_m + \frac{3}{2}h_c = z_j + h_1 + \frac{q^2}{2gh_1^2} + \Delta H \quad (22)$$

em que  $z_m$  é a cota do patamar superior,  $z_j$  é a cota de um piso qualquer abaixo do patamar superior,  $z_m - z_j = z$ , eixo positivo para baixo, com origem no patamar superior,  $q$  é a vazão específica,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  é a aceleração da gravidade e  $\Delta H$  é a perda de carga. Isolando  $\Delta H$ , dividindo por  $H_{max} = z + 1,5h_c$ , e substituindo  $q^2/g$  por  $h_c^3$ , obtém-se a Eq. 23.

$$\frac{\Delta H}{H_{max}} = 1 - \frac{h_1 + \frac{h_c^3}{2h_1^2}}{z + \frac{3}{2}h_c} \quad (23)$$

A dedução da equação proposta por Chanson (1995) é realizada com a substituição da Eq. 4 na Eq. 23 e com  $z = s$ . Para canais com mais de um degrau,  $z$  corresponde à soma das alturas dos degraus. Empregando as Eq. 2 e 18, de White (1943) e de Chanson (1995), respectivamente, em conjunto com a Eq. 23, a energia dissipada adimensional pode ser expressa com as formas das Eq. 24 e 25. Destaca-se que a Eq. 24 foi apresentada pela primeira vez por Fratino et al. (2000).

$$\frac{\Delta H}{H_1} = 1 - \frac{\frac{\sqrt{2}}{\frac{1,5}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{s}{h_c} + \frac{3}{2}}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{2}}{\frac{1,5}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{s}{h_c} + \frac{3}{2}}} \right)^{-2}}{\frac{3}{2} + \frac{s}{h_c}} \quad (24)$$

$$\frac{\Delta H}{H_1} = 1 - \frac{0,625 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{0,326} + 1,28 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{-0,652}}{\frac{3}{2} + \frac{s}{h_c}} \quad (25)$$

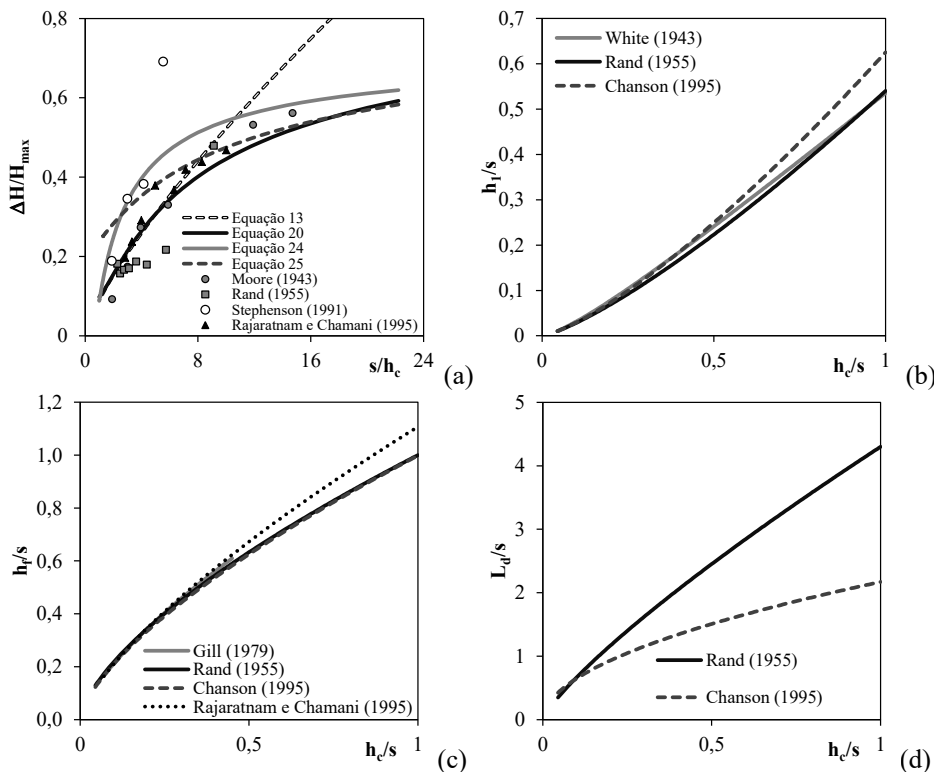
A comparação entre as Eq. 13, 20, 24 e 25 e dados experimentais pode ser auxiliada pela Fig. 2a. Nota-se que há uma dispersão significativa dos dados em relação às curvas calculadas com as referidas equações.

ções. Destaca-se que a Eq. 13 prevê valores maiores de perda de carga em relação às demais, para  $s/h_c > 11,1$ . Empregando a Eq. 24 como referência, constatou-se que há um desvio relativo máximo de 170,6% em relação à Eq. 25 e de 38,1% em relação à Eq. 20. Devido à natureza não linear das equações, esses desvios não ocorrem com os mesmos valores quando são comparadas outras grandezas, como o  $h_f/s$ .

O cálculo de  $h_f/s$  é fundamental, uma vez que a variável  $h_f$  está relacionada diretamente à energia cinética residual a jusante da região de impacto do jato com o piso do degrau, assim como com o comprimento do ressalto hidráulico e da bacia de dissipação. A comparação entre as Eq. 2, 4 e 18, de White (1943), Rand (1955) e Chanson (1995), respectivamente, indica que há desvios entre as metodologias, como ilustrado na Fig. 2b. Comparando as equações de White e Chanson, empregando a equação de White como referência, os desvios relativos variam abaixo de 8% para  $h_c/s < 0,65$  e

atingem o máximo de 16,8% para  $h_c/s = 1$ . Uma comparação similar entre as equações de White e Rand indica haver um desvio máximo de 11,5%.

A Fig. 2c possibilita a comparação entre as equações propostas para cálculo do adimensional  $h_f/s$ , que é essencial para a determinação da cota do aerador que evite o seu afogamento. Nota-se que há concordância entre as metodologias de Rand (1955) e Chanson (1995), com desvios relativos menores que 4,8% entre as equações, empregando a equação de Rand (1955) como referência. A comparação entre as equações de Rand (1955) e Rajaratnam e Chamani (1995) indicam haver um desvio relativo máximo de 10,7%. Os alcances dos jatos calculados com as equações de Rand (1955) e Chanson (1995), quando comparados, levam ao gráfico da Fig. 2d, indicando não haver concordância entre as metodologias, com desvio relativo máximo de 49,5%.



**Figura 2** - Comparação entre as metodologias de White (1943), Rand (1955) e Chanson (1995) para o cálculo da perda de carga adimensionalizada (a), de  $h_f/s$  (b); comparação entre as equações para o cálculo de  $h_f/s$  (c) e do alcance do jato adimensionalizado,  $L_d/s$  (d).

## 4.2 Previsão da ocorrência do escoamento em quedas sucessivas

Escoamentos em canais com o fundo em degraus com pisos horizontais de comprimento  $l$  podem assumir diferentes formas, dentre as quais foram estudadas três principais e algumas secundárias, classificadas com o auxílio dos adimensionais  $h_c/s$  e  $s/l$ . Para um mesmo  $s/l$ , valores elevados de  $h_c/s$  correspondem ao regime denominado como deslizante sobre turbilhões ou *skimming flow*. Esse regime ou tipo de escoamento é caracterizado pela formação de grandes turbilhões entre degraus, sobre os quais desliza o escoamento principal (HORNER, 1969; SORENSEN, 1985; RAJARATNAM, 1990; DIEZ-CASCON et al., 1991; MATOS & QUINTELA, 1995; OHTSU & YASUDA, 1997; CHANSON, 2002). Uma redução em  $h_c/s$  pode ser realizada a partir de uma redução da vazão, por exemplo, o que tem como consequência o aparecimento do regime de transição, caracterizado pelo surgimento de algumas cavidades entre degraus, intensa formação de spray e ausência de uma superfície livre lisa e bem definida, tendo sido observada por Chanson e Toombes (2004) uma superfície ondulada em fase com a forma de fundo do canal. O escoamento em quedas sucessivas pode ocorrer reduzindo ainda mais  $h_c/s$ .

O escoamento em quedas sucessivas pode ocorrer com a formação de ressaltos hidráulicos sobre os pisos dos degraus, com a formação parcial de ressaltos hidráulicos sobre os pisos dos degraus ou sem a formação de ressaltos hidráulicos sobre os pisos (CHANSON, 2002). Essery e Horner (1978) realizaram experimentos em canais com  $0,2 \leq s/l \leq 0,842$  e, com base nos resultados obtidos, desenvolveram curvas adimensionais para a previsão da ocorrência dos dois principais regimes de escoamento, isto é, o regime em quedas sucessivas e o deslizante sobre turbilhões. Os referidos autores estudaram degraus com os pisos horizontais ou em aclave, para ângulos ( $\theta$  em re-

lação a horizontal) iguais a  $0^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $15^\circ$  e  $20^\circ$ . O critério de Essery e Horner (1978) para pisos horizontais, sob a forma de gráfico, foi inserido como parte da Fig. 3.

A partir da análise de dados de diferentes pesquisadores, Chanson (1994) propôs a Eq. 26 para a determinação da fronteira entre os regimes deslizantes sobre turbilhões e quedas sucessivas, válida para  $0,2 < s/l < 1,2$ .

$$\frac{h_c}{s} = 1,057 - 0,465 \frac{s}{l} \quad (26)$$

Com o intuito de identificar a região no plano  $s/l - h_c/s$  na qual ocorre o escoamento em quedas sucessivas com formação de ressalto hidráulico, Chanson (1994) propôs a Eq. 27, desenvolvida com base no alcance do jato e comprimento do ressalto em comparação ao comprimento do piso do degrau. Mondardo e Fabiani (1995) analisaram separadamente dados obtidos em um canal em gabiões e dados obtidos em canais de concreto ou rocha e, como resultado, desenvolveram as inequações 28 e 29. Chamani e Rajaratnam (1999) propõem a Eq. 30, com base empírica, para delimitar a ocorrência do escoamento em quedas sucessivas.

$$\frac{h_c}{s} = 0,0916 \left(\frac{s}{l}\right)^{-1,276} \quad (27)$$

$$\frac{h_c}{s} > 1,19474 - 0,59501 \frac{s}{l}, \quad (\text{degraus em concreto ou rocha}) \quad (28)$$

$$\frac{h_c}{s} > 0,78145 - 0,17725 \frac{s}{l}, \quad (\text{degraus em gabiões}) \quad (29)$$

$$\frac{s}{l} = 0,405 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{-0,62} \quad (30)$$

Ao realizar uma análise que inclui uma quantidade maior de dados em relação ao trabalho de 1994 que originou a Eq. 26, Chanson (2001) propôs a Eq. 31 para a avaliação da ocorrência do regime de escoamento em quedas sucessivas.

$$\frac{h_c}{s} = 0,89 - 0,4 \frac{s}{l} \quad (31)$$

De acordo com Yasuda e Ohtsu (1999) e Ohtsu et al. (2001), o adimensional  $h_c/s$  empregado para delimitar os regimes depende do número de Reynolds, da razão de aspecto  $b/h_c$  e de  $s/l$ , em que  $b$  é a largura do canal. Entretanto, a Eq. 32, proposta por Ohtsu et al. (2001), relaciona apenas  $h_c/s$  com  $s/l$  porque, segundo os autores, para  $b/h_c \geq 5$  e  $Re \geq 2,0 \cdot 10^4$ , a referida dependência deixa de ser significativa.

$$\frac{h_c}{s} = \left[ 0,57 \left( \frac{s}{l} \right)^3 + 1,3 \right]^{-1} \quad (32)$$

válida para  $0,1 \leq s/l \leq 1,43$ ,  $b/h_c \geq 5$  e  $Re \geq 2,0 \cdot 10^4$ , em que  $Re = q/v$ , sendo  $q$  a vazão específica e  $v$  a viscosidade cinemática da água.

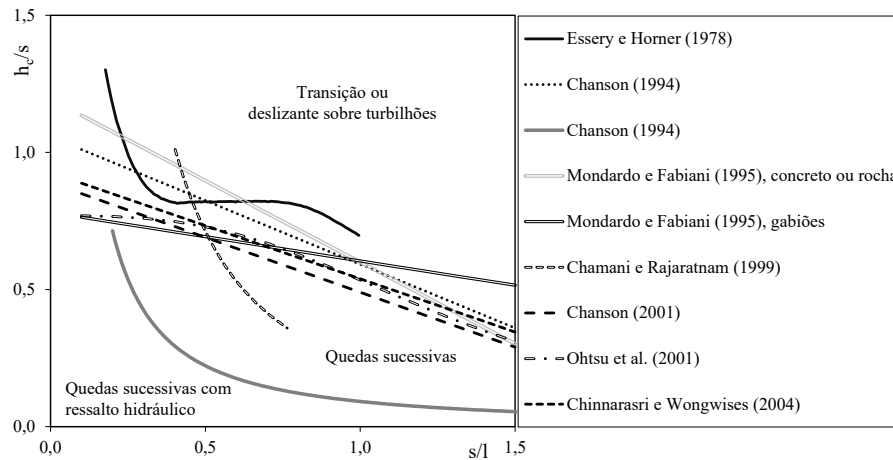
Chinnarasri e Wongwises (2004) realizaram experimentos em modelos físicos com  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$  em relação a horizontal e pisos horizontais e em aclave com  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  e  $30^\circ$ . Entre os resultados obtidos, os autores propoem a Eq. 33 para o limite entre o escoamento em quedas sucessivas e o regime de transição.

$$\frac{h_c}{s} = 0,927 - 0,005\theta - 0,388 \frac{s}{l} \quad (33)$$

válida para  $0,1 \leq s/l \leq 1,73$ .

As Eq. 26 a 33 foram empregadas para elaboração da Fig. 3. É possível notar que não há consenso sobre a forma da função que relaciona  $h_c/s$  com  $s/l$ , uma vez que as metodologias de Essery e Horner (1978), Chamani e Rajaratnam (1999) e Ohtsu et al. (2001) diferem das demais. A comparação entre as equações cujos resultados encontram-se mais próximos, exceto as de Essery e Horner (1978), Chamani e Rajaratnam (1999) e Mondardo e Fabiani (1995), demonstra haver uma variação de 31,4% entre os métodos de Chanson (1994) e Ohtsu et al. (2001) para  $s/l = 0,1$ . As retas propostas por Mondardo e Fabiani (1995) apresentam inclinações diferentes entre si e significativamente diferentes em relação às demais. Nota-se que há uma interseção entre as metodologias em aproximadamente  $s/l = 1$ , condição que aponta para uma mudança de comportamento da alteração do regime em função da rugosidade da superfície. Embora tenham sido observados esses desvios, nota-se que há regiões para as quais há concordância entre os métodos para a delimitação da ocorrência do regime de quedas sucessivas sem ressalto hidráulico. Resta, entretanto, uma dúvida significativa sobre a região para a qual pode ocorrer a formação parcial do ressalto hidráulico, acima da curva cinza definida pela Eq. 27.





**Figura 3** - Comparação entre as diferentes metodologias para a determinação do regime de escoamento do tipo quedas sucessivas em canais com o fundo em degraus.

### 4.3 Aerador para a parte inferior da lâmina vertente

Com o objetivo de evitar a aderência dos jatos aos espelhos e oscilações decorrentes de flutuações de pressão abaixo dos jatos, podem ser projetados aeradores localizados nos espelhos dos degraus, conforme ilustrado na Fig. 1. Nesse contexto, Levin (1968) propôs as Eq. 34 e 35 para o cálculo da vazão de ar necessária.

$$\frac{Q_{ar}}{Q} = 0,19 \left( \frac{s - h_f}{h_b} \right)^{0,95} \quad (34)$$

$$\frac{Q_{ar}}{Q} = 0,21 \left( \frac{s - h_f}{h_b} \right)^{1,03} \quad (35)$$

em que  $Q_{ar}$  é a vazão de ar ( $m^3/s$ ) e  $Q$  é a vazão de água ( $m^3/s$ ); a equação 34 é válida para  $3 < Fr < 10$  e a equação 35 é válida para  $13 < Fr < 15$ , sendo  $Fr$  o número de Froude definido em termos da espessura da lâmina vertente,  $h_i$  (equação 15). As demais variáveis foram definidas com o auxílio da Fig. 1.

### 4.4 Dissipação de energia

Chamani e Rajaratnam (1994), sem fazer distinção entre os três sub-regimes do escoamento em quedas sucessivas, assumiram que existe um parâmetro adimensional que representa a proporção de energia dissipada por degrau ( $\varphi'$ ). Com o auxílio da Fig. 1 e assumindo que na crista do vertedor ocorra a energia específica crítica, a energia dissipada pelo primeiro degrau é igual a  $(\varphi')(s + 1,5h_c)$  de tal maneira que a energia residual é  $(1 - \varphi')(s + 1,5h_c)$ . Na base do segundo degrau, seguindo a mesma lógica, Chamani e Rajaratnam (1994) explicam que a energia residual é  $(1 - \varphi')[(1 - \varphi')(s + 1,5h_c) + s]$ . Desse modo, na base do canal com  $N$  degraus de alturas iguais, a energia residual,  $H_{res}$ , é representada por:

$$H_{res} = (1 - \varphi')^N (s + 1,5h_c) + s \sum_{i=1}^{N-1} (1 - \varphi')^i \quad (36)$$

Nesse estágio da demonstração da equação de Chamani e Rajaratnam (1994), coloca-se o “ $s$ ” em evidência e a equação é reescrita em termos de  $\Delta H/H_{max}$ , sendo  $H_{dam} = N.s$ , resultando na Eq. 37.

$$\frac{\Delta H}{H_{max}} \approx 1 - \frac{(1-\varphi')^N \left[ 1 + 1,5 \frac{h_c}{s} \right] + \sum_{i=1}^{N-1} (1-\varphi')^i}{N + 1,5 \left( \frac{h_c}{s} \right)} \quad (37)$$

Chamani e Rajaratnam (1994) desenvolveram a Eq. 38 para o cálculo de  $\varphi'$  com o uso dos dados experimentais e Horner (1969).

$$\varphi' = 0,30 - 0,35s/l - (0,54 + 0,27s/l) \log\left(\frac{h_c}{s}\right) \quad (38)$$

O cálculo da energia dissipada adimensional,  $\Delta H/H_{max}$ , para escoamentos em quedas sucessivas com a formação plena de ressaltos hidráulicos foi estudada por Chanson (2002), que propôs o uso da Eq. 20, modificada para a forma da Eq. 39. Para o caso de canais controlados a montante por comporta, Chanson (2002) desenvolveu a equação 40, com a substituição de  $H_{max} = H_{dam} + 1,5h_c$  por  $H_{max} = H_{dam} + H_o$ , sendo  $H_o$  a carga hidráulica a montante do vertedor, isto é, com relação a cota da crista do vertedor.

$$\frac{\Delta H}{H_{max}} = 1 - \frac{0,54 \left( \frac{h_c}{s} \right)^{0,275} + \frac{3,43}{2} \left( \frac{h_c}{s} \right)^{-0,55}}{\frac{3}{2} + \frac{H_{dam}}{h_c}} \quad (39)$$

$$\frac{\Delta H}{H_{max}} = 1 - \frac{0,54 \left( \frac{h_c}{s} \right)^{0,275} + \frac{3,43}{2} \left( \frac{h_c}{s} \right)^{-0,55}}{\frac{H_{dam} + H_o}{h_c}} \quad (40)$$

em que  $H_{dam}$  é a altura da barragem desde a crista até a cota da bacia de dissipação na base do canal em degraus, semelhante ao  $z$  definido anteriormente.

As Eq. 37 e 39 foram empregadas para produzir a Fig. 4, que também apresenta dados experimentais de Horner (1969) e Pinheiro e Fael (2000). Para a elaboração das curvas, foram adotados valores de  $s/l$  iguais a 0,25 e 0,33, correspondentes aos trabalhos de Pinheiro e Fael (2000) e os valores mínimo e máximo de  $h_c/s$  dos dados experimentais empregados, 0,11 e 0,836, respectivamente. A comparação entre as Eq. 37 e 39 para tais condições resultou em um desvio máximo de 21% para  $s/l = 0,33$  e  $h_c/s = 0,836$ . A curva produzida com  $h_c/s = 0,11$  e a Eq. 39 ficou significativamente abaixo das demais. O conjunto de pontos experimentais apresenta uma dispersão que preenche uma região delimitada por envoltórias que diferem entre si em aproximadamente 22,8%.

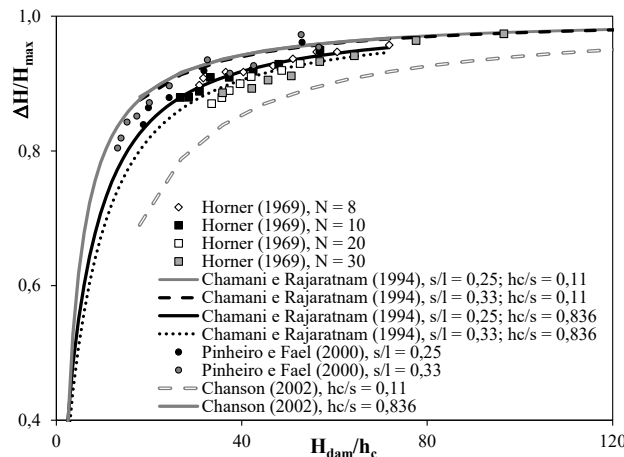


Figura 4 - Comparação entre as Eq. 37 e 39 e dados experimentais para o regime de quedas sucessivas com ressalto hidráulico.

Para escoamentos com a formação parcial de ressaltos hidráulicos sobre os pisos dos degraus há uma considerável lacuna, sendo o trabalho de Peyras et al. (1991) provavelmente o único que, a partir de observações experimentais, sugere que a Eq. 39 seja um modelo preliminar para a estimativa da energia dissipada.

A dissipação de energia em escoamentos em quedas sucessivas sem a formação de ressaltos hidráulicos foi estudada pela via experimental por Horner (1969) para uma relação  $s/l = 0,42$ , por Pinheiro e Fael (2000), para  $s/l = 0,25$  e  $s/l = 0,33$ , por Chanson (2002) para  $s/l = 0,0594$ , por Jahromi et al. (2008), para  $s/l = 0,27$  e  $s/l = 0,47$ , por Renna e Fratino (2010) para  $s/l = 0,25$  e  $s/l = 0,33$  e por Felder et al. (2019), para  $s/l = 0,25$ . A maior parte dos trabalhos clássicos que realizaram medições da posição da superfície livre empregou pontas linimétricas. Essa instrumentação apresenta grande limitação quando utilizada para medir a posição da superfície livre de escoamentos em modelos físicos de vertedores em degraus devido às intensas oscilações ocasionadas pela turbulência nas proximidades da superfície livre (SIMÕES, 2012). Para contornar essa dificuldade, Renna e Fratino (2010) acoplaram a ponta linimétrica a um sistema eletrônico. Felder et al. (2019) utilizaram uma sonda de condutividade com ponta dupla para medir estudar o escoamento aerado e, com base nas informações obtidas, determinaram as alturas de escoamento equivalente apenas de água com a Eq. 41.

$$h = \int_0^{Y_{90}} (1 - C) dy \quad (41)$$

em que  $h$  é a altura de escoamento equivalente apenas de água na extremidade dos degraus,  $C$  = fração volumétrica de ar da mistura bifásica ar-água,  $y$  é o eixo vertical e  $Y_{90}$  é a altura de escoamento para  $C = 0,9$ .

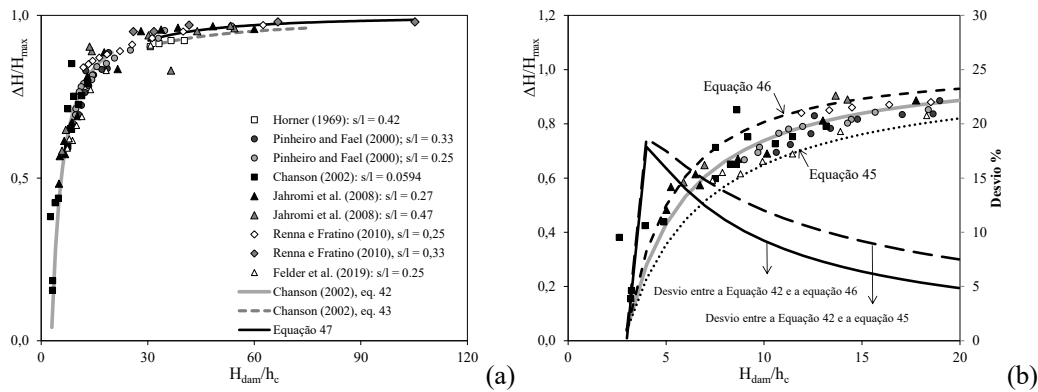
Chanson (2002) propôs as Eq. 42 e 43 para o cálculo da energia residual na base de canais em degraus submetidos ao regime de quedas sucessivas sem a formação de ressaltos hidráulicos. Para tornar possível a comparação entre as Eq. 42 e 43 e os dados dos autores citados, tal como apresentado na Fig. 5, foi necessário o uso da Eq. 44, deduzida com a Eq. 23 e que relaciona a perda de carga adimensional com a energia residual adimensional com a forma expressa nas Eq. 42 e 43.

$$\frac{H_{res}}{h_c} = 6,0 \left( \frac{H_{dam}}{h_c} \right)^{-0,30} \quad (42)$$

$$\frac{H_{res}}{h_c} = 3,34 \left( \frac{H_{dam}}{h_c} \right)^{-0,027} \quad (43)$$

$$\frac{\Delta H}{H_{max}} = 1 - \frac{H_{res}}{h_c} \left( \frac{H_{dam}}{h_c} + \frac{3}{2} \right)^{-1} \quad (44)$$

Os dados experimentais apresentados na Fig. 5a apresentam uma derivada elevada para  $H_{dam}/h_c$  entre 3,2 e 20, aproximadamente, e uma sensível redução dessa derivada e tendência a unidade a partir de  $H_{dam}/h_c$  igual a 20. De forma geral, os pontos estão dispostos seguindo a mesma tendência, mas com alguns possíveis valores discrepantes. A Eq. 42 destacada na Fig. 5b está situada entre os dados e apresenta a mesma tendência dos dados. Uma análise quantitativa dos desvios em relação à Eq. 42 é proposta no presente trabalho com as envoltórias definidas pelas Eq. 45 e 46, apresentadas na Fig. 5b. Os desvios máximos ocorreram para  $H_{dam}/h_c = 4$  e assumiram valores de 18,6% (envoltória inferior) e 17,9% (envoltória superior). Para  $H_{dam}/h_c > 4$  os desvios decaem conforme indicado no eixo secundário da Fig. 5b. Destaca-se também que a Eq. 42 resulta em perda de carga negativa para  $H_{dam}/h_c \leq 2,87$ .



**Figura 5** - Comparação entre dados experimentais de diferentes autores e as Eq. 42 e 43, para o regime de quedas sucessivas sem ressalto hidráulico (a); análise dos desvios com auxílio das Eq. 45 e 46 (b).

A Eq. 43 ficou situada abaixo da maior parte dos dados experimentais, conforme pode ser visto na Fig. 5a, com erro relativo máximo igual a 4,4%. Com o objetivo de propor um modelo que tenha validade para  $30,2 < H_{dam}/h_c < 105,2$  e corresponda à minimização dos erros quadráticos calculados com os dados experimentais apresentados na Fig. 5, propõe-se no presente trabalho a Eq. 47, com coeficiente de correlação entre dados e valores calculados igual a 0,79 e erro relativo máximo igual a 2,8%.

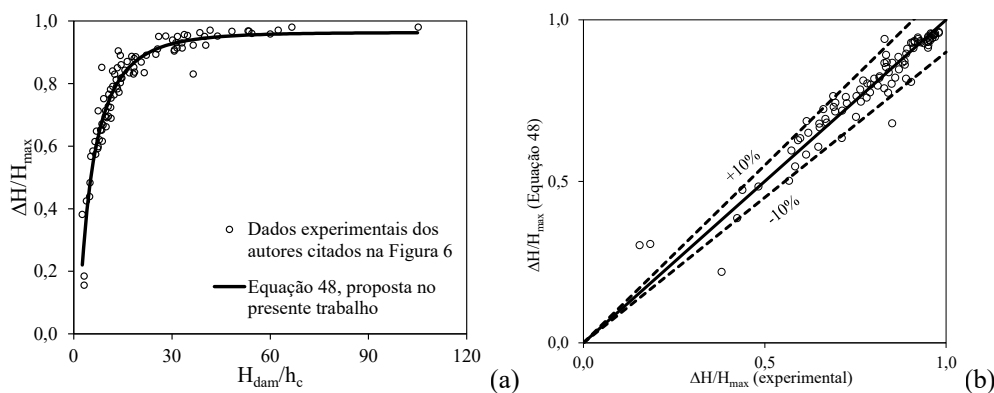
$$\frac{H_{res}}{h_c} = 7,9 \left( \frac{H_{dam}}{h_c} \right)^{-0,5505} \quad (45)$$

$$\frac{H_{res}}{h_c} = 4,6 \left( \frac{H_{dam}}{h_c} \right)^{-0,0578} \quad (46)$$

$$\frac{H_{res}}{h_c} = 10,18 \left( \frac{H_{dam}}{h_c} \right)^{-0,417} \quad (47)$$

A revisão da literatura sobre a dissipação de energia também levou à identificação de uma lacuna para o intervalo  $20 \leq H_{dam}/h_c < 30$ , razão pela qual propõe-se no presente trabalho o modelo empírico representado pela Eq. 48, válido para  $2,62 \leq H_{dam}/h_c < 105,26$ . A Fig. 6a contém os dados experimentais que originaram o modelo, dos autores citados na Fig. 5, assim como o gráfico gerado com a Eq. 48. Os coeficientes da Eq. 48 foram calculados minimizando a soma dos erros quadráticos, tendo sido produzido um resultado com coeficiente de correlação igual a 0,96 e com aderência aos dados, como indicado na Fig. 6b, que compara dados, modelo e a reta de ajuste exato. A maior parte dos valores calculados apresentou erros relativos inferiores a 10%, conforme apresentado na Fig. 6b.

$$\frac{\Delta H}{H_{max}} = -0,8808 + 1,8441 tgh \left[ 0,427 \left( \frac{H_{dam}}{h_c} \right)^{0,496} \right] \quad (48)$$



**Figura 6** - Modelo proposto (Eq. 48) e dados experimentais (a); comparação entre dados experimentais e modelo proposto com a reta de ajuste exato (b).

### 4.5 Transferência de oxigênio

Escoamentos em quedas sucessivas sem a formação de ressalto hidráulico apresentam jatos com intensa turbulência e aeração que proporciona transferências interfaciais de compostos, como a transferência de oxigênio do ar para a água. O impacto do jato com o piso do degrau também eleva a turbulência, resultando em trocas gasosas mais intensas. Os escoamentos em quedas sucessivas com a formação de ressaltos hidráulicos sobre os pisos apresentam maior eficiência de reoxigenação devido à formação dos ressaltos como um fenômeno adicional que favorece as transferências interfaciais.

Empregando dados Essery et al. (1978), para  $h_c/s$  entre 0,05 e 2,6, Toombes e Chanson (2000), para  $h_c/s$  entre 0,607 e 0,92, Toombes e Chanson (2005), para  $h_c/s$  entre 0,6 e 0,92, Baylar et al. (2007), para  $h_c/s$  entre 0,62 a 0,96, e Felder et al. (2019), para  $h_c/s$  entre 0,03 a 0,67, foi elaborada a Fig. 7, que contém dados para a eficiência  $E_T$ , definida pela Eq. 49, em função do adimensional  $H_{dam}/h_c$ .

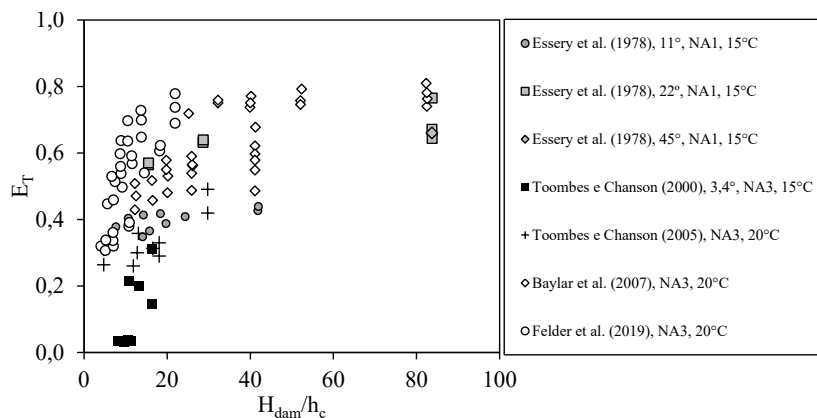
$$E_T = \frac{C_j - C_m}{C_s - C_m} \tag{49}$$

em que  $T$  representa a temperatura em graus Celsius,  $C_j$  é a concentração de oxigênio dissolvido na extremidade de jusante do canal,  $C_m$  é a concentração de oxigênio dissolvido na extremidade de montante do canal e  $C_s$  é a concentração de saturação.

Os dados da Fig. 7 apontam para uma tendência crescente de  $E_T$  com  $H_{dam}/h_c$ , embora ocorra uma dispersão significativa dos dados. Essa dispersão impede, por exemplo, a comparação dos sub-regimes em quedas sucessivas com ressalto hidráulico (NA1) e sem ressalto hidráulico (NA3). Felder et al. (2019) apresentam a Eq. 50, empírica e que se ajusta aos seus dados experimentais, para o sub-regime NA3.

$$E_{20} = 0,1993 \frac{H_{dam}}{q_w^{0,125}} \tag{50}$$

em que  $q_w$  é a vazão específica equivalente, apenas de água.



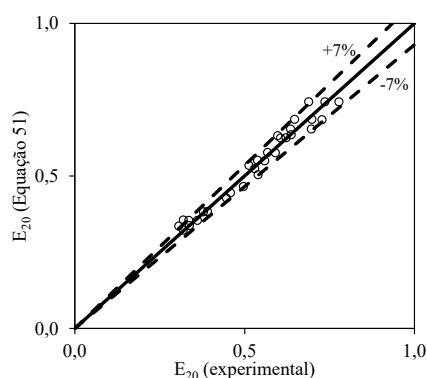
**Figura 7** - Comparação entre dados experimentais para a reoxigenação em regime *nappe flow* com ressalto hidráulico (NA1) e sem ressalto hidráulico (NA3).

O canal empregado por Felder et al. (2019) tem altura  $s = 0,50$  m e, para cada conjunto de dados de  $E_{20}$  medidos pelo autor, houve a sepa-

ração em função de  $H_{dam}$ , que variou de 1,5 m a 3 m. Com base nessas informações, propõe-se no presente trabalho uma aproximação com o pro-

duto de duas potências em termos dos adimensionais  $H_{dam}/h_c$  e  $H_{dam}/s$ , expressa pela Eq. 51, com coeficiente de correlação igual a 0,984. A comparação entre dados experimentais e calculados com a equação 51 encontra-se na Fig. 8 e mostra que, exceto por dois pontos com desvios de 11,3% e 9,6%, ocorreram desvios inferiores a 7%.

$$E_{20} = 0,107 \left( \frac{H_{dam}}{h_c} \right)^{0,175} \left( \frac{H_{dam}}{s} \right)^{0,78} \quad (51)$$



**Figura 8** - Comparação entre dados experimentais de Felder et al. (2019) e a Eq. 51.

#### 4.6 Tópicos especiais sobre o escoamento em quedas sucessivas

Além dos estudos experimentais descritos anteriormente, há trabalhos que foram realizados com auxílio da dinâmica dos fluidos computacional (CFD). Arantes (2007) apresenta resultados para o escoamento em quedas sucessivas sem formação de ressalto hidráulico, especificamente para seções longitudinais do escoamento, demonstrando a capacidade de previsão desse regime com as equações de Navier-Stokes com médias de Reynolds e modelos de turbulência. Simões et al. (2015a) simularam o escoamento tridimensional em escadarias drenantes, estruturas necessárias ao trânsito de pedestres em bairros situados em encostas. Os autores estudaram a capacidade de descarga do sistema drenante, a dissipação de energia pelos degraus

e a força de arrasto sobre uma forma semelhante a um pé situado em um degrau. Simões et al. (2015b) projetaram um aerador em forma de tronco de cone escalonado e, com o uso da dinâmica dos fluidos computacional, simularam o escoamento em quedas sucessivas sobre tal estrutura. Simões et al. (2019) empregaram a dinâmica dos fluidos computacional e simularam escoamentos em canais de baixa declividade com o objetivo de calcular a localização dos pontos de estagnação sobre os pisos dos degraus. Simões et al. (2020) desenvolveram uma escadaria drenante capaz de escoar a maior parte da vazão através do trecho central rebaixado, em regime deslizante sobre turbilhões. Os trechos laterais operam, conforme previsões via CFD, em regime de quedas sucessivas e, portanto, com menor arraste em caso de uso da escada por pedestres. Ribeiro et al. (2021) realizaram estudo teórico e experimental, em um modelo físico de escadaria drenante, com o objetivo de calcular a estabilidade de obstáculos situados sobre as escadas. Como parte dos resultados da pesquisa, os autores apresentaram formulações adimensionais para o problema.

#### 5 CONCLUSÕES

O presente trabalho analisou dados experimentais e metodologias de diferentes autores sobre escoamentos em quedas sucessivas em canais com o fundo em degraus, incluindo estudos sobre um degrau. Desde o trabalho de Rouse (1936), foram propostas cinco equações que relacionam a altura de escoamento na extremidade do degrau com a altura crítica. Empregando a equação de Rouse (1936) como referência, os desvios relativos entre essas equações variam de 0,14% a 9,2%. A relação entre essas grandezas foi estudada analiticamente e pela via experimental, e um dos trabalhos menciona a dependência com a largura do canal.

As equações existentes para o cálculo da energia dissipada adimensional apresentam desvios que variam de 38,1% a 170,6%. Os dados experimentais comparados a esses equacionamentos também apresentaram dispersões significativas. A comparação entre as equações para o cálculo da altura de escoamento a jusante da posição de impacto indicou haver desvios de 8% a 16,8% entre as equações.

O cálculo da altura de escoamento abaixo da lâmina vertente com a equação de Rand (1955) e Chanson (1995) apresentou desvios inferiores a 4,8%, tendo a equação de Rand (1955) como referência. Comparação semelhante entre Rand (1955) e Rajaratnam e Chamani (1995) resultou em desvio relativo máximo de 10,7%. Os cálculos dos alcances dos jatos com as equações levantadas demonstrou a existência de desvio máximo de 49,5%, indicando a existência da necessidade de realização de mais estudos sobre o tema.

Foi identificado o mesmo comportamento linear para parte das equações propostas para a previsão da ocorrência do limite entre os regimes de quedas sucessivas e de transição (ou deslizante sobre turbilhões, considerando que o regime de transição foi definido posteriormente à existência de algumas equações). Duas metodologias apresentam comportamento não linear e significativamente diferente das demais. Apenas uma equação está disponível para a previsão da ocorrência do sub-regime de quedas sucessivas com formação de ressalto hidráulico. Destaca-se que a principal lacuna sobre esse tema encontra-se no fato de não haver a delimitação entre os três sub-regimes, a saber: com ressalto hidráulico, com ressalto hidráulico parcialmente desenvolvido e sem ressalto hidráulico.

O levantamento bibliográfico conduziu a apenas uma metodologia destinada ao cálculo da vazão de ar através do aerador construído no espelho do degrau, indicando a necessidade de estudos

adicionais sobre o tema. Destaca-se que trabalhos sobre aeradores de fundo propostos para vertedores de parede delgada ou geometrias semelhantes não foram incluídos na análise.

Quando se trata da previsão da energia dissipada, há apenas duas equações para o escoamento em quedas sucessivas com ressaltos hidráulicos em vertedores sem comportas e uma equação para vertedores com comportas. A comparação entre as equações para vertedores sem comportas resultou em um desvio máximo de 21% entre elas. A análise dos dados experimentais sobre esse sub-regime demonstrou que os pontos experimentais ocupam uma região com certo grau de dispersão, aproximadamente igual a 22,8%. Para o regime em quedas sucessivas com formação parcial de ressaltos hidráulicos, há apenas uma sugestão disponível na literatura, revelando assim uma considerável lacuna sobre o tema. Para o escoamento em quedas sucessivas sem formação de ressaltos hidráulicos, foi identificada apenas uma metodologia para determinação da energia residual adimensional, baseada em duas equações empíricas válidas para os intervalos  $2 < H_{dam}/h_c < 20$  e  $30 < H_{dam}/h_c < 75$ . As referidas equações apresentaram a mesma tendência apontada pelos dados disponíveis na literatura; entretanto, apenas uma delas ficou situada entre os dados. A equação para o intervalo  $30 < H_{dam}/h_c < 75$  ficou abaixo da maior parte dos pontos, mas com desvio relativo máximo de 4,4%. Cabe citar também que o cálculo da energia dissipada para  $H_{dam}/h_c \leq 2,87$  mostrou que a equação apresenta uma inconsistência, levando a valores negativos para a perda de carga.

Como parte da análise realizada no presente trabalho, duas equações envoltórias foram propostas para o intervalo  $3 \leq H_{dam}/h_c < 20$ , sendo as mesmas capazes de encerrar os dados experimentais, com a exceção de três pontos aparentemente discrepantes. Os desvios máximos entre as envoltórias e a curva disponível na literatura resultaram iguais a 18,6% (envoltória superior) e

17,9% (envoltória inferior), para  $H_{dam}/h_c = 4$ . Esses desvios refletem possíveis incertezas associadas ao equacionamento e que não estão disponíveis na literatura. Para o intervalo  $30 < H_{dam}/h_c < 75$ , embora a equação disponível na literatura tenha apresentado desvio máximo de 4,4%, constatou-se a possibilidade de ampliação do seu domínio para  $30,2 < H_{dam}/h_c < 105,2$  empregando dados experimentais atualizados, razão pela qual foi proposta uma equação no presente trabalho que apresentou coeficiente de correlação igual a 0,79 e erro relativo máximo de 2,8%.

Como mencionado, as equações para a avaliação da energia dissipada não incluem o intervalo  $20 \leq H_{dam}/h_c < 30$ . Empregando os dados experimentais disponíveis na literatura e considerando o intervalo  $2,62 \leq H_{dam}/h_c < 105,26$ , propõe-se, no presente trabalho, uma equação empírica para o cálculo da energia dissipada adimensionalizada, com coeficiente de correlação igual a 0,96 e com erro relativo máximo igual a 10%.

Foram analisados os estudos voltados à reaeração em escoamentos em quedas sucessivas com e sem ressalto hidráulico. Os dados experimentais para a eficiência da reaeração em função de  $H_{dam}/h_c$  apresentam dispersão considerável, apontando para a dependência com outros adimensionais ou possíveis desvios experimentais. Há apenas uma equação para a previsão da eficiência, escrita em termos de grandezas dimensionais, com a altura  $H_{dam}$  e a vazão específica. Empregando regressão não linear, propõe-se, no presente trabalho, uma equação para a eficiência da reaeração em função de  $H_{dam}/h_c$  e de  $H_{dam}/S$ , com coeficiente de correlação igual a 0,984 e erros relativos menores que 7% para a maior parte dos dados, exceto por dois pontos com 11,3% e 9,6%. Como parte final da revisão, foram apresentados trabalhos voltados a aplicações envolvendo escoamentos em quedas sucessivas, incluindo pesquisas conduzidas com o uso da dinâmica dos fluidos computacional. Esse tópico

demonstra a relevância do tema em problemas de engenharia que vão além das aplicações aos vertedouros em degraus.

## 6 AGRADECIMENTOS

Ao Mestrado em Meio Ambiente, Águas e Saneamento - MAASA/UFBA e à Pró-Reitoria de Ensino de Pós-Graduação da Universidade Federal da Bahia. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (Capes) - Código de financiamento 001 e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (Fapesb), N° do Termo do Convênio PIE0021/2016.

## 7 CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES

Todos os autores contribuíram de forma igualitária.

## 8 REFERÊNCIAS

- ANDRIOLLO, F. R. (1998). **The use of roller compacted concrete**. São Paulo: Oficina de Textos, 554 p.
- ARANTES, E. J. (2007). **Caracterização do escoamento sobre vertedouros em degraus via CFD**. 206 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.
- BAUER, S.W.; GRAF, W.H. Free overfall as flow measuring device. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**. ASCE, Vol. 97, 1971, No. IR1: 73-83.
- BAYLAR, A., BAGATUR, T., EMIROGLU, M.E., 2007. Prediction of oxygen content of nappe, transition and skimming flow regimes in stepped-channel chutes. **J. Environ. Eng. Sci.** 6, 201-208. <https://doi.org/10.1139/s06-048>
- CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. (1994). Jet flow on stepped spillways. ASCE, **Journal of Hydraulic Engineering**. v.120, n.2, p.254-259, Feb, 1994. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1994\)120:2\(254\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1994)120:2(254))
- CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. (1999). Onset of skimming flow on stepped spillways. ASCE, **Journal of Hydraulic Engineering**. v.125, n.9, p.969-971, Sept, 1999. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1999\)125:9\(969\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1999)125:9(969))



- CHANSON, H. (1994). Hydraulics of skimming flows over stepped channels and spillways. **Journal of Hydraulic Research**, v.32, n.3, p.445-460, Jan., 1994. <https://doi.org/10.1080/00221689409498745>.
- CHANSON, H. (1995) **Hydraulic design of stepped cascades, channels, weirs and spillways**. Pergamon, Oxford.
- CHANSON, H. (2001). Hydraulic design of stepped spillways and downstream energy dissipation. **Dam Engineering**, v.11, n.4, p.205-242, 2001.
- CHANSON, H. (2002). **The hydraulics of stepped chutes and spillways**. The Netherlands: A. A. Balkema Publishers, 2002. 384 p.
- CHANSON, H.; TOOMBES, L. (2004). Hydraulics of stepped chutes: the transition flow. **Journal of Hydraulic Research**, IAHR v.42, n.1, p.43-54, Jun., 2004. <https://doi.org/10.1080/00221686.2004.9641182>
- CHINNARASRI, C.; WONGWISES, S. (2004). Flow regime and energy loss on chutes with upward inclined steps. **Canadian Journal of Civil Engineering**. v.31, p.870-879, Oct., 2004. <https://doi.org/10.1139/I04-052>
- CRAYA, A. (1948) **Hauteur d'eau à l'Extrémité d'um Long Déversoir**. La Houille Blanche, Mar.-Apr.: 185-186 (in French).
- DIEZ-CASCON, J. et al. (1991). Studies on the hydraulic behavior of stepped spillways. **Water Power & Dam Construction**, v.43, n.9, p.22-26, Sept., 1991.
- ESSERY, I.T.S.; HORNER, M.W. (1978). **The hydraulic design of stepped spillways**. 2a ed London: Construction Industry Research and Information Association, 1978. 45p. (Ciria Report 33).
- ESSERY, I.T.S., TEBBUTT, T.H.Y., RASARATNAM, S.K., 1978. **Design of spillways for reeration of polluted waters**. CIRIA Rep. No. 72, London, UK.
- FELDER, S., GEUZAINÉ, M., DEWALS, B. AND ERPICUM, S. (2019). Nappe flows on a stepped chute with prototype-scale steps height: Observations of flow patterns, air-water flow properties, energy dissipation and dissolved oxygen. **Journal of Hydro-environment Research**. <https://doi.org/10.1016/j.jher.2019.07.004>
- FERRO, V. Flow measurement with rectangular free overfall. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**. ASCE, Vol. 118, 1992 No. 6: 956-964. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(1992\)118:6\(956\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(1992)118:6(956))
- FRATINO, U.; PICCINNI, A. F.; MARINIS, G. (2000). Dissipation efficiency of stepped spillways. In. H. E. Minor e W. H. Hager (ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 103-110. Balkema, 2000.
- GILL, M. A., Hydraulics of Rectangular Vertical Drop Structures. **Journal of Hydraulic Research**, Vol. 17, No. 4, 1979, pp 289-302. <https://doi.org/10.1080/00221687909499573>
- HORNER, M.W. (1969). **An analysis of flow on cascades of steps**. 1969. Tese (Doutorado) – Universidade de Birmingham, UK.
- JAHROMI, H.M; BINA, M.; SALMASI, F. (2008). Physical and numerical modeling of the nappe flow in the stepped spillways. **Journal of Applied Sciences**, 2008, 8(9): 1720-1725. 10.3923/jas.2008.1720.1725
- KNAUSS, J. (1995). ΤΗΣ ΓΡΙΑΣ ΤΟ ΠΗΔΗΜΑ, der Altweibersprung. **Die Rätselhafte Alte Talsperre in der Glosse-Schlucht bei Alyzeia in Arkarnanien**. Archäologischer Anzeiger, 1995, Helft 5: 137-162 (in German).
- KRAIJENHOFF, D.A.; DOMMERHOLT, A. Brink depth method in rectangular channel. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**. ASCE, Vol. 103, 1977 No. IR1: 171-177. <https://doi.org/10.1061/JRCEA4.0001140>
- LEVIN, L. (1968) **Formulaire des conduits forces, Oléoducs et conduits d'Aération**. (Handbook of pipes, pipelines and ventilation shafts) Paris: Dunod (in French).
- MATOS, J. S.G., QUINTELA, A. C. (1995). Flow resistance and energy dissipation in skimming flow over stepped spillways. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON WATER RESOURCES ENGINEERING, 1., 1995a, San Antonio, Texas. **Anais...** New York, ASCE, 1995a, v.2, p. 1121-1126.
- MONDARDO, J.M.; FABIANI, A. L. Comparison of energy dissipation between nappe and skimming flow regimes on stepped chutes. **Journal of Hydraulic Research**, 33, 1995, Vol.1: 119-122.
- MOORE, W. L., Energy Loss at the Base of Free Overfall. **Transactions**, ASCE, Vol. 108, 1943, pp 1343-1360.
- OHTSU, I.; YASUDA, Y. (1997). Characteristics of flow conditions on stepped channels. In: BIENNAL CONGRESS, 27, San Francisco, **Anais...** San Francisco: IAHR, 1997, p. 583-588.
- OHTSU I., YASUDA Y., TAKAHASHI, M. (2001). Onset of skimming flow on stepped spillways – Discussion. **Journal of Hydraulic Engineering**. v. 127, p. 522-524, 2001. Discussão de: CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. Onset of skimming flow on stepped spillways. ASCE, **Journal of Hydraulic Engineering**. v. 125, n.9, p.969-971, Sept, 1999. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2001\)127:6\(519\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2001)127:6(519))
- PEYRAS, L.; ROYET, P.; DEGOUTTE, G. **Ecoulement et dissipation sur les déversoirs en gradins de gabions**. La Houille Blanche, 1991, No. 1, 37-47 (in French). <https://doi.org/10.1051/lhb/1991003>
- PINHEIRO, A. N.; FAEL, C.S. (2000). Nappe flow in stepped channels – Occurrence and energy dissipation. In. H. E. Minor e W. H. Hager (ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 119-126. Balkema, 2000.
- RAJARATNAM, N. (1990). Skimming flow in stepped spillways. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.116, n.4, p. 587-591, April, 1990. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1990\)116:4\(587\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1990)116:4(587))

- RAJARATNAM, N.; CHAMANI, M. R. (1995). Energy loss at drops. **Journal of Hydraulic Research**, IAHR, Vol. 33, No. 3, p. 373-384, 1995. <https://doi.org/10.1080/00221689509498578>
- RAND, W., Flow Geometry at Straight Drop Spillways. **Proceedings, ASCE**, Vol. 81, 1955, Paper 791, pp 1-13.
- RENNA, F.M., FRATINO, U. (2010). Nappe flow over horizontal stepped chutes. **Journal of Hydraulic Research**, 2010, 48(5), 583-850. <https://doi.org/10.1080/00221686.2010.507016>
- RIBEIRO, H. B.; SIMÕES, A.L.A.; LUZ, L. D.; MANGIERI, L. S. G.; SCHULZ, H. E. Stability of Solids in Stepped Flume Nappe Flows: Subsides for Human Stability in Flows. **Journal of Applied Fluid Mechanics**, v. 14, p. 681-690, 2021. [10.47176/JAFM.14.03.31815](https://doi.org/10.47176/JAFM.14.03.31815)
- RODRIGUES, I. M.; SIMÕES, A.L.A.; LUZ, L. D.; QUEIROZ, L. M.; MANGIERI, L. S. G.. Estudo numérico do desempenho de uma escadaria com drenagem subsuperficial empregando tubulação. In: XIII Encontro Nacional de Águas Urbanas, 2020, Porto Alegre. XIII Encontro Nacional de Águas Urbanas, 2020. v. 1. p. 1-10. **Anais...**
- ROUSE, H. (1936). Discharge Characteristics of the Free Overfall. **Civil Engineering**, Vol. 6, April, p. 257.
- RICHTER, Jean Paul (1883). **Scritti letterari di Leonardo da Vinci**. Sampson Low, Marston, Searle & Rivington, Londra. In due parti, p.1198 (volume 2, p.236). Disponível em: <[http:// www.archive.org/details/literaryworksof01leonuoft](http://www.archive.org/details/literaryworksof01leonuoft)>, Acesso em: 16/04/2008.
- SIMÕES, A.L.A. (2012). **Escoamentos turbulentos em canais com o fundo em degraus: resultados experimentais, soluções numéricas e proposições teóricas**. São Carlos, 528 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- SIMÕES, A.L.A.; SCHULZ, H. E.; PORTO, R. M.; LUZ, L. D.; MANGIERI, L. S. G.; MATOS, J. E. R.. Contribuição numérica para o estudo de escoamentos em quedas sucessivas e aplicações à drenagem. In: XXI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 2015, Brasília. XXI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 2015. v. 1. p. 1-8. **Anais...**
- SIMÕES, A.L.A.; SCHULZ, H.E.; PORTO, R.M. (2015). Simulação numérica de escoamentos sobre aeradores formados por escada e cascata. In: 28º Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental. ABES, 2015. **Anais...**
- SIMÕES, A. L. A.; FRANÇA, T.I.S.; PEREIRA, L.J.; QUEIROZ, L.M.; SCHULZ, H.E. (2019). Localização numérica do ponto de estagnação em canal escalonado de baixa declividade. In: XXIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, Foz do Iguaçu - PR. **Anais...**
- SIMÕES, A.L.A.; MENEZES, P. C.; LIMA, L. M.; SCHULZ, H. E.; PORTO, R. M.. Concepção de uma escadaria drenante com canal central rebaixado empregando simulações numéricas. In: XIII Encontro Nacional de Águas Urbanas, 2020, Porto Alegre. XIII Encontro Nacional de Águas Urbanas, 2020. v. 1. p. 1-11. **Anais...**
- SORENSEN, R.M. (1985). Stepped spillway hydraulic model investigation. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.111, n.12, p. 1461-1472. Dec. 1985. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1985\)111:12\(1461\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1985)111:12(1461))
- STEPHENSON, D. (1979). Gabion energy dissipators. In: 13th ICOLD Congress, New Delhi, Q. 50, R.3, p. 33-34, 1979. **Anais...**
- TOOMBES, L., CHANSON, H., Air-water flow and gas transfer at aeration cascades: a comparative study of smooth and stepped chutes. In: H. E. Minor e W. H. Hager (ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 77-84. Balkema, 2000.
- TOOMBES, L., CHANSON, H., 2005. Air-Water Mass Transfer on a Stepped Waterway. **J. Environ. Eng.** 131(10), 1377-1386. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9372\(2005\)131:10\(1377\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9372(2005)131:10(1377))
- TOOMBES, L.; CHANSON, H. Flow patterns in nappe flow regime down low gradient stepped chutes. **Journal of Hydraulic Research** Vol. 46, No. 1 (2008), pp. 4-14. <https://doi.org/10.1080/00221686.2008.9521838>
- VINCI, L. D. (1828). **Del moto e misura dell'acqua**. Bologna. A spese di Francesco Cardinali.
- WHITE, M. P., Discussion of Moore. **Transactions, ASCE**, Vol. 108, 1943, pp 1361-1364.
- YASUDA, Y.; OHTSU, I. (1999). Flow resistance of skimming flows in stepped channels. In: 28th IAHR Congr., International Association for Hydraulic Research, Delft, The Netherland, Session B14 (CD-Rom), 1999. **Anais...**