

Dimensionamento dos Tanques Imhoff Retangulares de uma só Câmara de Sedimentação de Custo Mínimo

J. C. DIAS DE MORAES

Engenheiro Químico e Sanitarista
Seção de Tratamento de Águas
Departamento de Águas e Esgotos de S. Paulo

1 — PRELIMINARES

1.1 — *Introdução*: o emprêgo dos tanques Imhoff no tratamento primário dos esgotos tem tido muita aplicação entre nós, principalmente depois que foi estabelecida a legislação estadual de contrôle da poluição das nossas águas. As razões da rápida generalização do seu uso em São Paulo, como de resto também em outros lugares, são sobejamente conhecidas, não havendo interêsse em citá-las aqui. O bom desempenho, entretanto, dos tanques Imhoff verifica-se, notadamente, no caso em que o esgôto a ser tratado é estritamente sanitário. Existindo despejos industriais no sistema, ou sendo o esgôto específico de uma comunidade com atributos especiais, tais como um hospital, o tanque Imhoff pode apresentar certas dificuldades no seu funcionamento. Por êste motivo têm sido feitas certas restrições ao seu emprêgo de um modo indiscriminado. Mas, apesar disto, a sua utilização não só é grande, como cada vez mais torna-se maior.

Temos projetado bastantes tanques Imhoff. Acreditamos que o critério que temos usado seja o mesmo que outros projetistas costumam adotar. Tal critério consiste no processo que poderíamos chamar por tentativas, até se obter os valores das dimensões do tanque que nos pareçam as mais satisfatórias. Está claro que no memorial do projeto não se costuma citar quais e quantas tentativas foram feitas, mas tão somente o tanque que nos pareceu mais conveniente. O processo de dimensionamento dos tanques Imhoff por tentativas não constitui nenhuma exceção, podendo-se exhibir cá e lá, nos diferentes ramos da engenharia, não poucos exemplos de dimensionamento por tentativas. Entretanto, sempre que se puder substituir tal processo por outro qualquer que leve diretamente aos resultados almejados, está-se dando meios aos projetistas no sentido de facilitar o seu trabalho. Diante de tais fatos, nos surgiu, há bastante tempo, a idéia de pesquisar um método que permitisse o cálculo direto, e de uma só vez dos tanques Imhoff. O fruto desta pesquisa é êste trabalho, o qual talvez possa ser útil para algum colega nosso no seu trabalho quotidiano.

Não pretendemos discutir ou mostrar as vantagens ou desvantagens do seu emprêgo, como também catalogar os casos em que os tanques Imhoff podem e não podem ser aplicados. Isto, evidentemente, cabe ao projetista, em cada caso particular, decidir em face dos elementos disponíveis na ocasião. O que se pretende neste trabalho, é estabelecer um critério correto para o dimensionamento dos tanques Imhoff.

Existem outros tipos de tanques Imhoff, como tal seja os do tipo circular, os retangulares com mais de uma câmara de sedimentação, etc. Sôbre estes outros tipos de tanques Imhoff, provavelmente, também serão apresentados trabalhos como o atual.

Todos os símbolos algébricos usados neste trabalho constam da Fig. N.º 1, cuja escala é proporcional às dimensões do tanque calculado no 2.º exemplo.

1.2 — *Critério a Ser Adotado*: podem ser adotados vários critérios para o dimensionamento direto dos tanques Imhoff, entre os quais destacam-se os da altura total mínima e o do mínimo custo. Parece-nos evidente que, a escolha do tanque mais conveniente deva ser feita a partir do critério do mínimo custo, desde que sejam satisfeitas tôdas as taxas de trabalho também convenientes ao bom funcionamento do tanque. Sôbre tal aspeto,

aliás, certa ocasião houve uma controversia, na qual o ponto principal era de que se dizia que os tanques Imhoff deveriam ser construídos para funcionar bem, independentemente das considerações sobre o seu custo. Como o processo de dimensionamento destes tanques é por tentativas, também pareceu-nos justo pensar que, entre os vários tanques operacionalmente bem projetados e convenientes sob múltiplos aspetos, poderia haver um que, não só fôsse conveniente sob aqueles aspetos, como simultaneamente fôsse o mais conveniente de todos sob o aspeto econômico. O fato de se poder dimensionar um tanque operacionalmente bom, e, ainda por cima, acumular a propriedade de ser o mais econômico é, sem dúvida alguma, mais interessante do que se dimensionar um tanque que seja operacionalmente bom, não sendo, contudo, o mais econômico.

Assim, o critério que usamos para o dimensionamento dos tanques Imhoff foi o do custo mínimo, critério este que não é novo na engenharia, mas que não nos consta ter sido ainda aplicado para o cálculo dos tanques Imhoff.

O processo exige um tratamento matemático conceitualmente simples, porém, de desenvolvimento algo fastidioso. A sua aplicação obriga a uma série de cálculos aritméticos, e não teria grande interesse si não tivéssemos preparado algumas tabelas no sentido de simplificar o seu emprego. Com o uso das tabelas, o dimensionamento dos tanques Imhoff de mínimo custo torna-se relativamente fácil e imediato.

As tabelas foram preparadas tendo em vista as normas adotadas oficialmente no Estado de São Paulo. Estas normas foram elaboradas pelo Departamento de Obras Sanitárias do Estado de São Paulo, tendo sido publicadas pela Revista D. A. E. (ref. 1).

1.3 — *Hipóteses Simplificadoras*: a pesquisa do custo mínimo exato dos tanques Imhoff envolve um processamento extremamente complexo, pois para cada capacidade deveria ser feito o cálculo das estruturas para as diferentes dimensões calculadas em função, digamos, da variação da superfície total horizontal do tanque, uma vez que o custo do concreto varia de acôrdo com a altura total do tanque, do tipo do terreno em que êle é construído, si enterrado ou não, com o comprimento e a largura do tanque todo, etc., de tal modo que o seu estabelecimento correto desanimaria qualquer engenheiro que o quizesse determinar.

Em vista disso, vamos admitir várias condições para podermos fazer um estudo mais geral, e que seja ao mesmo tempo mais simples. Dêste modo, os resultados apresentarão um certo grau de imprecisão. Mas, de qualquer modo, ainda será um critério melhor do que o que se tem adotado até agora.

Maior grau de imprecisão pode, aliás, ser encontrado no dimensionamento de linhas de recalque a partir da fórmula de Bresse, pelo uso indiscriminado da chamada velocidade econômica ou da constante de tal fórmula, ou no cálculo do número mais econômico de filtros de gravidade pela fórmula de Morrill & Wallace.

Assim, poderemos admitir, em primeira aproximação, e sem grande perda da generalidade que:

- a — a fenda de passagem dos lódos da câmara de sedimentação é igual à superposição inferior de vedação dos gases;
- b — a espessura das paredes e do fundo da caixa externa do tanque é igual em qualquer ponto que se considere;
- c — a espessura das paredes, fundo inclinado e cortinas da câmara de sedimentação é constante em qualquer ponto que se considere, e igual a um quarto da espessura das paredes e do fundo da caixa do tanque;
- d — o trecho das paredes correspondentes à altura livre adicional é suposto contínuo, isto é, sem as interrupções para os dispositivos de entrada e saída do esgôto da câmara de sedimentação;
- e — os custos por metro cúbico de concreto armado, inclusive revestimento, são os mesmos em qualquer ponto da estrutura.

O cálculo é feito supondo-se que as câmaras de espuma não são fechadas com lages de concreto armado. Não levamos em consideração outras possibilidades, tais como do tipo de terreno a ser construído o tanque, o problema de flutuação no caso do tanque ser enterrado, e mesmo o fato do tanque ser enterrado ou não, canalizações, registros, etc. pois estas condições são praticamente independentes da forma geométrica de mínimo custo dos tanques.

Em face do admitido acima, o custo total será diretamente proporcional ao volume de concreto armado, e este volume será, com grande aproximação, diretamente proporcional às áreas das diversas paredes, cortinas e fundos da estrutura. Isto simplifica bastante o estudo da questão, sem fugir muito à realidade.

A variável a ser pesquisada para a determinação do volume mínimo de concreto pode ser escolhida a vontade entre as que aparecem no processamento matemático. Todas elas conduzem a uma equação final do terceiro grau. Adotamos como variável a ser pesquisada a superfície horizontal de cada tanque como si não fôsse geminado.

O estudo será feito para "N" tanques geminados, para tornar mais geral a análise.

1.4 — *Aplicação*: damos dois exemplos de aplicação deste nosso processo de dimensionamento dos tanques Imhoff de mínimo custo. O primeiro será uma aplicação a um caso geral, em que não foram adotados os dados das tabelas; o segundo consiste na aplicação imediata das tabelas.

Em ambos os casos seguimos a marcha de cálculo mais conveniente para o dimensionamento, de modo a servir de modelo de cálculo para quem desejar utilizá-los.

2 — RELAÇÕES FUNDAMENTAIS

2.1 — *Dimensões Perimetrais Mínimas*: para um único tanque a forma horizontal que fornece o perímetro mínimo é o quadrado. Entretanto, para "N" tanques geminados no sentido da sua largura, o comprimento total mínimo das paredes internas e externas fornece uma forma retangular para cada tanque, devendo a relação do comprimento pela largura manter determinados valores para cada valor de "N".

Sendo "N" o número de tanques, "B" e "L" respectivamente a largura e o comprimento de cada tanque, e "S" a superfície total horizontal de todos os tanques temos que:

$$S = N B L \tag{1}$$

e o comprimento total das paredes internas e externas é:

$$P = 2 N B + (N + 1) L = 2 N B + (N + 1) \frac{S}{N B} \tag{2}$$

O valor mínimo de "P" é dado por:

$$\frac{dP}{dB} = 2 N - (N + 1) \frac{S}{N B^2} = 0 \tag{3}$$

com

$$\frac{d^2 P}{d B^2} = 2 (N + 1) \frac{S}{N B^3} > 0$$

Substituindo "S" da (1) na (3) obtém-se finalmente:

$$\frac{L}{B} = \frac{2 N}{N + 1} \tag{4}$$

Chamando de "s" a área horizontal de cada tanque, virá imediatamente:

$$B = \sqrt{\frac{(N + 1) s}{2 N}} \tag{5}$$

$$L = \sqrt{\frac{2 N s}{(N + 1)}} \tag{5a}$$

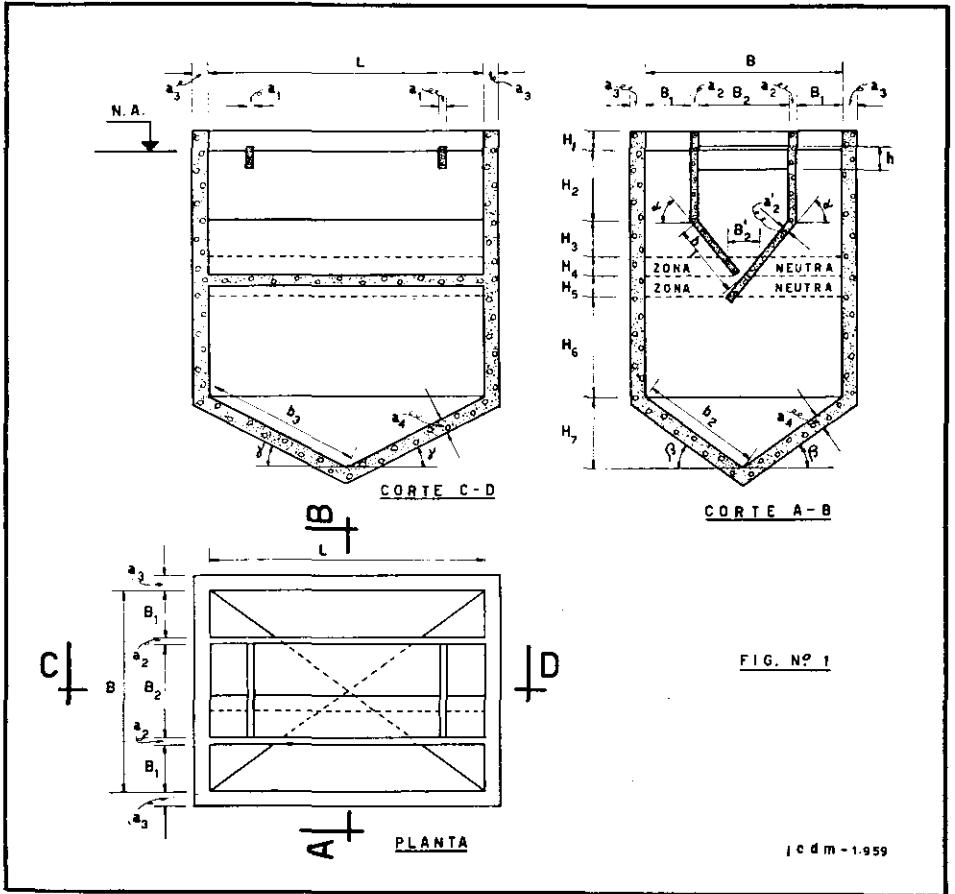
Atribuindo diferentes valores a "N" na (4) vem:

$$N = 1 \qquad B = L \qquad \text{(quadrado)} \qquad (6)$$

$$N = 2 \qquad B = 0,750 L \qquad \text{(retângulo)} \qquad (6a)$$

$$N = 3 \qquad B = 0,666 L \qquad \text{(retângulo)} \qquad (6b)$$

$$N \rightarrow \infty \qquad B = 0,500 L \qquad \text{(retângulo)} \qquad (6c)$$



Essa condição de comprimento total mínimo das paredes frontais e laterais fornece uma propriedade interessante, e que pode ser expressa por: “a soma dos comprimentos de tôdas as paredes frontais num conjunto de N tanques geminados é igual à soma dos comprimentos de tôdas as paredes laterais”, a qual passamos a demonstrar.

A soma dos comprimentos das paredes frontais, ou seja a soma total das larguras de cada tanque, num conjunto de N tanques geminados é:

$$P_f = 2 N B \quad (7)$$

e a soma dos comprimentos das paredes laterais, ou seja a soma total dos comprimentos de cada tanque num conjunto de “N” tanques é de:

$$P = (N + 1) L \quad (8)$$

Dividindo uma pela outra vem:

$$\frac{P_f}{P} = \frac{B}{L} \times \frac{2 N}{N + 1} \quad (9)$$

observando-se a equação (4) vem imediatamente:

$$P_f = P \quad (10)$$

Isto quer dizer que o comprimento total das paredes do conjunto será:

$$P_t = 2 P_f = 4 N B = 2 (N + 1) L \quad (11)$$

equação que será usada mais adiante.

2.2 — *Relações de Superfície*: Sobre estas relações já publicamos um trabalho (ref. 2). Damos em seguida o essencial para o atual desenvolvimento.

A relação entre a área total de saída dos gases “ s_s ” e a área horizontal do tanque todo “ s ” (um só tanque) é:

$$\rho = \frac{s_s}{s} = \frac{2 B_1}{B} \quad (12)$$

A relação entre o comprimento “ L ” e a largura “ B_2 ” da câmara de sedimentação é:

$$\varepsilon = \frac{L}{B_2 - 2 a_2} \quad (13)$$

como “ a_2 ” é muito pequeno em relação a “ B_2 ” o seu valor pode ser desprezado, ficando:

$$\varepsilon = \frac{L}{B_2} \quad (13a)$$

que é como será utilizada neste trabalho. Outra equação interessante é

$$L^2 = \varepsilon s_s \quad (14)$$

sendo “ s_s ” a área da câmara de sedimentação.

A relação entre o comprimento e a largura do tanque todo é:

$$\theta = \frac{L}{B} \quad (15)$$

Igualando-se a (15) à (4) vem que:

$$\theta = \frac{2 N}{N + 1} \quad (16)$$

Entre “ ρ ”, “ ε ”, e “ θ ” existe a seguinte relação, já demonstrada no citado trabalho:

$$\rho = 1 - \frac{\theta}{\varepsilon} \quad (17)$$

2.3 — *Comprimento e Larguras*: a superfície total horizontal de cada tanque é dada por:

$$s = L B \quad (18)$$

Considerando a (15) virá:

$$s = \theta B^2 = \frac{L^2}{\theta} \quad (18a)$$

obtendo-se finalmente:

$$B = \sqrt{\frac{s}{\theta}} = \frac{1}{\theta} \sqrt{\theta s} \quad (19)$$

$$L = \sqrt{\theta s} \quad (20)$$

A superfície horizontal da câmara de sedimentação é dada por:

$$s_s = L B_2 \quad (21)$$

substituindo “ s_s ” de (14) e “ L ” da (20) vem:

$$B_2 = \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\theta s} \quad (22)$$

A expressão de "B'₂" é obtida imediatamente do valor da tangente do ângulo "α":

$$B'_2 = \frac{2 H_1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (23)$$

sendo um valor praticamente constante em qualquer tanque Imhoff, pois a altura neutra "H₁" geralmente é tomada igual 0,50 m, e o ângulo "α" costuma-se tomar como sendo de 50°. O volume da câmara de sedimentação correspondente a esta altura não é computado no volume total da câmara de sedimentação, de acordo com as normas do D. O. S., sendo dedicado mais para permitir o escorregamento do lodo proveniente das partes superiores desta câmara.

2.4 — *Relações Trigonômicas*: os comprimentos dos fundos inclinados da câmara de sedimentação, assim como os das alturas dos triângulos transversais e longitudinais da base piramidal do tanque são respectivamente iguais a:

$$b_1 = \frac{B_2}{2 \cos \alpha} \quad (24)$$

$$b_2 = \frac{B}{2 \cos \beta} \quad (25)$$

$$b_3 = \frac{L}{2 \cos \gamma} \quad (26)$$

substituindo "B₂", "B" e "L" das (22), (19) e (20) teremos:

$$b_1 = \frac{\sqrt{\theta}}{2 \varepsilon \cos \alpha} s^{1/2} \quad (27)$$

$$b_2 = \frac{\sqrt{\theta}}{2 \theta \cos \beta} s^{1/2} \quad (28)$$

$$b_3 = \frac{\sqrt{\theta}}{2 \cos \gamma} s^{1/2} \quad (29)$$

Po outro lado, temos que:

$$H_7 = \frac{B}{2} \operatorname{tg} \beta = \frac{L}{2} \operatorname{tg} \gamma \quad (30)$$

de onde se obtém:

$$\theta = \frac{L}{B} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \gamma} \quad (31)$$

e finalmente:

$$\operatorname{tg} \beta = \theta \operatorname{tg} \gamma = \frac{2 N}{N + 1} \operatorname{tg} \gamma \quad (32)$$

2.5 — *Superfícies Importantes*: desprezando-se a espessura das duas paredes verticais da câmara de sedimentação, a superfície total horizontal de cada tanque será igual a superfície da câmara de sedimentação mais a soma das superfícies das duas câmaras de espuma:

$$s = s_s + s_e \quad (33)$$

substituindo "s_e" na (12) e operando virá imediatamente:

$$s_s = (1 - \rho) s \quad (34)$$

que é a superfície da câmara de sedimentação.

O valor da superfície de cada câmara de espuma é dada por:

$$s'_e = \frac{s - s_s}{2} \quad (35)$$

A seção de escoamento do líquido na câmara de sedimentação é uma área importante a ser determinada, para a determinação da sua velocidade de escoamento. Esta área é dada diretamente por:

$$s_h = H_2 B_2 + \frac{B_2 + B'_2}{2} H_3 \quad (36)$$

3 — DETERMINAÇÃO DAS ALTURAS

3.1 — *Alturas Admitidas*: existem três alturas nos tanques Imhoff que, por força de várias circunstâncias, são estabelecidas independentemente de qualquer cálculo. Estas alturas são:

- a — altura livre adicional;
- b — altura da zona neutra da câmara de sedimentação;
- c — altura da zona neutra da câmara de digestão.

Para a primeira costuma-se atribuir um valor médio em torno de meio metro. Não há normas que estabeleçam um valor específico para esta altura. Contudo, a experiência demonstra que valores menores do que meio metro não são convenientes, pelo fato de permitir a extravazão da espuma quando se processa um desenvolvimento violento da fermentação. Adotaremos um valor de "H₁" igual a meio metro.

Para as duas últimas alturas, as normas do Departamento de Obras Sanitárias de São Paulo especificam um valor mínimo de meio metro para cada uma. Não sendo conveniente sob o ponto de vista econômico adotar valores maiores do que aqueles mínimos, ficaremos nestes valores. Entretanto, em casos especiais, quando a experiência ou estudos prévios demonstrarem a necessidade da adoção de maiores valores para estas alturas, evidentemente aqueles valores mínimos deverão ser diferentemente estabelecidos.

Dêste modo, temos então que:

$$H_1 = 0,50 \text{ m} \quad (37)$$

$$H_4 = 0,50 \text{ m} \quad (37a)$$

$$H_5 = 0,50 \text{ m} \quad (37b)$$

As outras alturas deverão ser determinadas pelo cálculo.

3.2 — *Câmara de Sedimentação*: na câmara de sedimentação temos, além da altura livre adicional e da altura da zona neutra, a altura da zona de sedimentação própria dita. Esta altura se divide na altura da parte paralelepipedica "H₂" e da altura da parte tronco-prismática "H₃".

A altura "H₄" não é computada na zona de sedimentação, de modo que o volume correspondente não conta como volume de sedimentação. Assim, o volume efetivo da câmara de sedimentação é dado pela soma do volume da parte paralelepipedica com o volume prismático total menos o volume prismático inferior, correspondente à zona neutra da câmara de sedimentação. Para um conjunto de N tanques Imhoff geminados teremos então:

$$V_s = N B_2 L H_2 + \frac{N B_2 L (H_3 + H_4)}{2} - \frac{N B'_2 L H_4}{2} \quad (38)$$

sendo "V_s" o volume total efetivo de sedimentação do conjunto. Este volume é igual a:

$$V_s = QT \quad (38a)$$

em que "Q" é a vazão média de projeto da estação de tratamento, e "T" o tempo de detenção médio adotado para a sedimentação.

Observando-se a (18) e dividindo tudo por "N" vem:

$$\frac{V_s}{N} = s_s H_2 + \frac{s_s (H_3 + H_4)}{2} - \frac{B'_2 L H_4}{2} \quad (39)$$

A expressão de $H_3 + H_4$ é dada por:

$$H_3 + H_4 = \frac{B_2 \operatorname{tg} \alpha}{2} = \frac{\sqrt{\theta} \operatorname{tg} \alpha}{2 \varepsilon} s^{1/2} \quad (39a)$$

Considerando que V_s/N é igual ao volume de sedimentação efetivo " v_s " por câmara, substituindo $H_3 + H_4$ da (39a) "L" da (20), " B'_2 " da (23), " B_2 " da (22) e " s_s " da (34) virá:

$$v_s = \frac{V_s}{N} \quad (40)$$

$$v_s = (1 - \rho) H_2 s + \frac{(1 - \rho) \sqrt{\theta} \operatorname{tg} \alpha}{4 \varepsilon} s^{3/2} - \frac{H_4^2 \sqrt{\theta}}{\operatorname{tg} \alpha} s^{1/2} \quad (41)$$

isolando " H_2 " teremos finalmente:

$$H_2 = \frac{v_s}{(1 - \rho)} s^{-1} + \frac{H_4^2 \sqrt{\theta}}{(1 - \rho) \operatorname{tg} \alpha} s^{-1/2} - \frac{\sqrt{\theta} \operatorname{tg} \alpha}{4 \varepsilon} s^{1/2} \quad (42)$$

O valor de " H_3 " é obtido diretamente da (39):

$$H_3 = \frac{\sqrt{\theta} \operatorname{tg} \alpha}{2 \varepsilon} s^{1/2} - H_4 \quad (43)$$

2.2 — *Alturas da Câmara de Digestão*: a forma da caixa externa dos tanques Imhoff dítos retangulares é geralmente retangular, em que o comprimento ao longo do eixo da câmara de sedimentação é maior do que a largura da caixa. Quando muito este comprimento torna-se igual a largura, quando $\theta = 1$, e o tanque toma a forma quadrada. Nunca se faz $\theta < 1$, ou seja a largura maior do que comprimento. Isto leva a se fazer considerações quanto aos ângulos " β " e " γ ", do fundo piramidal da caixa. Existe um ângulo mínimo que se deve adotar para o fundo piramidal, no sentido do material mais denso poder escoar para o vértice da pirâmide invertida do fundo, e ser removido quando o lodo digerido é expelido. Ora, em vista da forma da caixa ser retangular no sentido do comprimento, ou quando muito quadrado, o menor ângulo do fundo a se considerar com a horizontal é o dado por " γ ", ou seja, aquele que é obtido na direção do comprimento da caixa. Assim, " γ " é o menor ângulo, e o ângulo dado por " β " é sempre maior ou igual a " γ ". No nosso desenvolvimento usaremos indiferentemente o ângulo " γ " e o ângulo " β ", pois eles estão relacionados pela (32). O emprêgo ora de " γ " ora de " β ", se justifica unicamente para tornar mais simples as expressões do nosso desenvolvimento.

Tomando-se a equação (30), e substituindo "L" pelo seu valor dado em (20) temos:

$$H_7 = \frac{B \operatorname{tg} \beta}{2} = \frac{\sqrt{\theta} \operatorname{tg} \beta}{2 \theta} s^{1/2} \quad (44)$$

O volume total da parte útil da câmara de digestão é dado pela soma do volume da parte paralelepípedica mais o volume da parte piramidal invertida, sem considerar a zona neutra de altura " H_5 ":

$$V_d = H_6 N s + \frac{1}{3} H_7 N s \quad (45)$$

Considerando que o volume de digestão por câmara é:

$$v_d = \frac{V_d}{N} \quad (46)$$

substituindo "H_T" da (44), e isolando "H_G" temos finalmente:

$$H_G = v_d s^{-1} - \frac{\sqrt{\theta} \operatorname{tg} \beta}{6 \theta} s^{3/2} \quad (47)$$

Dêste modo ficam determinadas as alturas dos tanques Imhoff.

4 — VOLUMES DE CONCRETO ARMADO

4.1 — *Considerações*: os volumes de concreto armado das estruturas são, praticamente, proporcionais as áreas das paredes e dos fundos. Diante dêste fato, determinaremos estas áreas e as multiplicaremos pela sua espessura.

Os volumes serão calculados para um agrupamento geminado de "N" tanques Imhoff, de tal modo que êles tenham uma parede comum interna da caixa principal. O estudo desenvolvido para "N" tanques não dificulta em nada o problema, e traz a vantagem da determinação do conjunto mais econômico para cada projeto específico. Isto é bem mais interessante pelo fato de que muito raramente se projeta um só tanque Imhoff, principalmente quando se trata de projetar sistemas de tratamento de esgotos para pequenas e médias cidades do nosso interior, quase tôdas elas em fase de grande crescimento. Em se tratando de projetar tais sistemas para estas cidades, o que convém, e é previsto nas "Instruções", é se fazer um projeto prevendo a expansão futura do sistema de tratamento, de tal modo a não se inverter desde o início um capital maior nas obras, mas deixar planejada a sua expansão em termos tais que não dificultem a suposta expansão. Em face disto o plano prevê, geralmente, dois ou três tanques Imhoff, e até mesmo mais tanques, construindo-se, contudo, na primeira etapa o que fôr necessário.

O número de tanques depende muitas vêzes do plano estabelecido em função do crescimento das populações, e das possibilidades econômicas momentâneas das municipalidades.

De qualquer modo, ao se igualar a zero a primeira derivada, para a pesquisa do seu custo mínimo, tanto o valor da espessura das paredes como o do número de tanques, assim como o custo unitário, são eliminados, desaparecendo daí para a frente do tratamento matemático.

Nesta determinação entraremos, por outro lado, com o comprimento mínimo total em planta das paredes da caixa externa do tanque, de cuja determinação resultou a equação (4). Como se pode verificar, procuramos cercar tôdas as possibilidades de custo mínimo dêstes tanques, só ficando de fora o caso da câmara de sedimentação, pelo fato de complicar tremendamente a sua solução matemática em conjunto com a variável "s".

Em todo êste trabalho chamaremos de:

- a₁ = espessura média das cortinas de concreto da câmara de sedimentação
- a₂ = espessura média das paredes verticais da câmara de sedimentação.
- a'₂ = espessura média das paredes do fundo falso inclinado da câmara de sedimentação
- a₃ = espessura média das paredes frontais e laterais da caixa externa do tanque (48)
- a₄ = espessura média da estrutura do fundo do tanque, tanto no sentido longitudinal como no sentido lateral
- c = custo médio do metro cúbico de concreto armado empregado na estrutura, incluindo tôdas as componentes que entram na sua composição.

Como "c" é constante, e o custo total é diretamente proporcional ao volume de concreto, não faremos a determinação dos custos parciais e nem total, mas tão somente dos volumes de concreto.

4.2 — *Cortinas de Concreto*: as cortinas da câmara de sedimentação, em tanques pequenos geralmente são de madeira. Em tanques grandes, porém, é costume generalizado fazê-las em concreto armado. Assim, vamos supor neste trabalho que elas são sempre de concreto armado, para não restringir o estudo do problema.

O volume total de concreto das duas cortinas, de entrada e de saída, em "N" tanques, sendo "h" a sua altura, é dado por:

$$V_1 = 2 a_1 N B_2 h \quad (49)$$

substituindo "B₂" da (22) vem imediatamente:

$$V_1 = \frac{2 a_1 h N \sqrt{\theta}}{\varepsilon} s^{1/2} \quad (50a)$$

4.3 — *Câmara de Sedimentação*: não serão computadas aqui as paredes externas da caixa, ou sejam as paredes transversais da caixa, na entrada e na saída da câmara, pois elas aparecerão inteiras no cálculo do volume de concreto das paredes da caixa externa.

Computamos separadamente as paredes verticais e as do fundo inclinado da câmara de sedimentação. Sendo assim, o volume de concreto das paredes verticais é dado por:

$$V'_2 = 2 a_2 N L (H_1 + H_2) \quad (51)$$

substituindo "L" da (20) e "H₂" da (42), desenvolvendo e simplificando vem:

$$V'_2 = 2 a_2 N \left[H_1 \sqrt{\theta} s^{1/2} + \frac{v_s \sqrt{\theta}}{1 - \rho} s^{-1/2} + \frac{\varepsilon H_1^2}{\text{tg } \alpha} - \frac{(1 - \rho) \text{tg } \alpha}{4} s \right] \quad (51a)$$

O volume de concreto das paredes do fundo inclinado é:

$$V''_2 = 2 a'_2 N L b_1 \quad (52)$$

substituindo "L" da (20) e "b₁" da (27) e simplificando vem:

$$V''_2 = \frac{a'_2 N (1 - \rho)}{\cos \alpha} s \quad (52a)$$

O volume total de concreto da câmara de sedimentação será a soma da (51a) com a (52a), que depois de simplificada fornece:

$$V_2 = 2 a_2 N \left[H_1 \sqrt{\theta} s^{1/2} + \frac{v_s \sqrt{\theta}}{1 - \rho} s^{-1/2} + \frac{\varepsilon H_1^2}{\text{tg } \alpha} - \frac{(1 - \rho) \text{tg } \alpha}{4} s \right] + \frac{a'_2 N (1 - \rho)}{\cos \alpha} s \quad (53)$$

4.4 — *Paredes Externas da Caixa*: como já vimos na (11) o comprimento total de todas as paredes de um conjunto de "N" tanques é igual a:

$$P_t = 4 N B$$

o volume de concreto correspondente será o produto de "P_t" pela altura total da parte paralelepípedica e pela espessura "a₃". Esta altura total é dada por:

$$H_t = H_1 + H_2 + H_3 + H_4 + H_5 + H_6 \quad (54)$$

sendo então:

$$V_3 = 4 a_3 N B (H_1 + H_2 + H_3 + H_4 + H_5 + H_6) \quad (55)$$

As alturas livre adicional e das duas zonas neutras independem de cálculo, podendo-se fazer:

$$H_c = H_1 + H_5 \quad (56)$$

Substituindo "H₂" da (42), H₃ + H₄ da (39), "H₆" da (47) e "B" da (19), e considerando a (32), operando e simplificando teremos finalmente:

$$V_3 = 4 a_3 N \left[\frac{H_c}{\sqrt{\theta}} s^{3/2} + \frac{\text{tg } \alpha}{4 \varepsilon} s + \frac{v_s}{\sqrt{\theta} (1 - \rho)} s^{-1/2} + \frac{H_4^2}{(1 - \rho) \text{tg } \alpha} + \frac{v_d}{\sqrt{\theta}} s^{-1/2} - \frac{\text{tg } \gamma}{6} s \right] \quad (57)$$

4.5 — *Fundo Piramidal da Caixa*: o volume piramidal invertido da caixa externa, é dado pela soma do volume de concreto das faces ao longo do eixo da câmara de sedimentação, mais o volume de concreto das faces que lhe são transversais. O primeiro volume, para "N" tanques, é dado por:

$$V'_4 = 2 a_4 N S_4 \quad (58)$$

sendo "S₄" a área de cada triângulo da pirâmide longitudinal ao eixo do tanque. Esta área vale:

$$S_4 = \frac{b_3 B}{2} \quad (59)$$

substituindo "b₃" da (29), "B" da (19) e "S₄" na (58) e operando vem:

$$V'_4 = \frac{a_4 N}{2 \cos \gamma} s \quad (60)$$

O volume de concreto das faces transversais ao eixo do tanque é dado por:

$$V''_4 = 2 a_4 N S'_4 \quad (61)$$

em que "S'₄" é a área de cada triângulo da pirâmide transversal ao eixo, e cuja expressão é:

$$S'_4 = \frac{b_2 L}{2} \quad (62)$$

substituindo "b₂" da (28), "L" da (20) e "S'₄" na (61), operando e simplificando vem:

$$V''_4 = \frac{a_4 N}{2 \cos \beta} s \quad (63)$$

O volume total de concreto do fundo da caixa é a soma de "V'₄" mais "V''₄". Efeituando a soma e colocando em evidência o termo comum, teremos finalmente:

$$V_4 = \frac{a_4 N}{2} \left(\frac{1}{\cos \gamma} + \frac{1}{\cos \beta} \right) s \quad (64)$$

Ficando assim determinados todos os volumes parciais de concreto do conjunto de "N" tanques Imhoff geminados.

4.6 — *Volume Total de Concreto*: o volume total de concreto é a soma de todos os volumes parciais acima determinados. Assim, temos:

$$V_c = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \quad (65)$$

Tomando as expressões dos volumes parciais dadas em (50a), (53), (57) e (64), simplificando e ordenando em relação à variável "s" teremos:

$$\begin{aligned} V_c = & 2N\sqrt{\theta} \left[\frac{v_s}{1-\rho} \left(a_2 + \frac{2a_3}{\theta} \right) + \frac{2a_3 v_d}{\theta} \right] s^{-1/2} + \\ & + 2N\sqrt{\theta} \left(\frac{a_1 h}{\epsilon} + a_2 H_1 + \frac{2a_3 H_c}{\theta} \right) s^{1/2} + \\ & + N \left[2a_3 \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{2\epsilon} - \frac{\operatorname{tg} \gamma}{3} \right) + \frac{a_4}{2} \left(\frac{1}{\cos \gamma} + \frac{1}{\cos \beta} \right) + \right. \\ & \left. + (1-\rho) \left(\frac{a'_2}{\cos \alpha} - \frac{a_2 \operatorname{tg} \alpha}{2} \right) \right] s + \\ & + \frac{2NH^2_4}{\operatorname{tg} \alpha} \left(a_2 \epsilon + \frac{2a_3}{1-\rho} \right) \end{aligned} \quad (66)$$

Atendendo às condições admitidas em 1.3, e observando as (48) teremos que:

$$a_3 = a_4 = 4a_1 = 4a_2 = 4a'_2 \quad (67)$$

e substituindo estes valores na (66) vem que:

$$\begin{aligned} V_c = & 2a_1 N \sqrt{\theta} \left[\frac{v_s}{1-\rho} \left(1 + \frac{8}{\theta} \right) + \frac{8v_d}{\theta} \right] s^{-1/2} + \\ & + 2a_1 N \sqrt{\theta} \left(\frac{h}{\epsilon} + H_1 + \frac{8H_c}{\theta} \right) s^{1/2} + \\ & + a_1 N \left[8 \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{2\epsilon} - \frac{\operatorname{tg} \gamma}{3} \right) + 2 \left(\frac{1}{\cos \gamma} + \frac{1}{\cos \beta} \right) + \right. \\ & \left. + (1-\rho) \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} \right) \right] s + \frac{2a_1 NH^2_4}{\operatorname{tg} \alpha} \left(\epsilon + \frac{8}{1-\rho} \right) \end{aligned} \quad (68)$$

Fazendo

$$K_1 = \sqrt{\theta} \left(\frac{h}{\epsilon} + H_1 + \frac{8H_c}{\theta} \right) \quad (69)$$

$$K_2 = \sqrt{\theta} \left[\frac{v_s}{1-\rho} \left(1 + \frac{8}{\theta} \right) + \frac{8v_d}{\theta} \right] \quad (69a)$$

$$\begin{aligned} K_3 = & 8 \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{2\epsilon} - \frac{\operatorname{tg} \gamma}{3} \right) + 2 \left(\frac{1}{\cos \gamma} + \frac{1}{\cos \beta} \right) + \\ & + (1-\rho) \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} \right) \end{aligned} \quad (69b)$$

$$K_4 = \frac{2H^2_4}{\operatorname{tg} \alpha} \left(\epsilon + \frac{8}{1-\rho} \right) \quad (69c)$$

Substituindo estas constantes na equação (68) teremos finalmente:

$$V_c = 2 a_1 N K_2 s^{-1/2} + 2 a_1 N K_1 s^{1/2} + a_1 N K_3 s + a_1 N K_4 \quad (70)$$

5 — DETERMINAÇÃO DO VOLUME MÍNIMO DE CONCRETO

5.1 — *Método Empregado*: a determinação do volume mínimo de concreto, dentro das hipóteses já admitidas, será feita pesquisando-se o valor de "s" que anula a primeira derivada da equação (70), com a condição de que a segunda derivada seja positiva para os valores críticos de "s" que anulam aquela primeira derivada.

5.2 — *Primeira Derivada*: derivando-se a equação (70) em relação à variável "s" teremos:

$$\frac{dV_c}{ds} = - a_1 N K_2 s^{-3/2} + a_1 N K_1 s^{-1/2} + a_1 N K_3 \quad (71)$$

5.3 — *Segunda Derivada*: derivando-se uma segunda vez a função (70) em relação a "s" teremos:

$$\frac{d^2 V_c}{ds^2} = + \frac{3}{2} a_1 N K_2 s^{-5/2} - \frac{1}{2} a_1 N K_1 s^{-3/2} \quad (72)$$

5.4 — *Condição de Mínimo*: havendo um termo positivo e outro negativo na segunda derivada torna-se imperioso demonstrar qual o sinal predominante nesta função, para os valores críticos que anulam a primeira derivada. Anulando esta primeira derivada, multiplicando tudo por 3/2 e por s⁻¹ obteremos a expressão seguinte:

$$\frac{3}{2} a_1 N K_2 s^{-5/2} = \frac{3}{2} a_1 N K_1 s^{-3/2} + \frac{3}{2} a_1 N K_3 s^{-1} \quad (73)$$

substituindo o segundo membro da (73) na (72) no termo que lhe é comum e operando, teremos:

$$\frac{d^2 V_c}{ds^2} = a_1 N s^{-1} \left(K_1 s^{-1/2} + \frac{3}{2} K_3 \right) \quad (74)$$

Ora, no segundo membro desta função todos os termos são positivos. Então, os valores críticos de "s" que possam anular a primeira derivada tornam a segunda derivada sempre positiva. Então temos:

$$\frac{d^2 V_c}{ds^2} > 0 \quad (75)$$

ficando demonstrado que as raízes de "s" que anulam a primeira derivada fornecem um valor mínimo para o volume total de concreto.

5.5 — *Estabelecimento da Equação*: igualando-se a zero a primeira derivada obtém-se imediatamente:

$$K_1 s^{-1/2} - K_2 s^{-3/2} + K_3 = 0 \quad (76)$$

Multiplicando tudo por s^{3/2} vem:

$$K_1 s - K_2 + K_3 s^{3/2} = 0 \quad (77)$$

isolando o termo em s^{3/2}, elevando tudo ao quadrado, e ordenando em relação a "s" teremos finalmente:

$$K_3^2 s^3 - K_1^2 s^2 + 2 K_1 K_2 s - K_2^2 = 0 \quad (78)$$

que é uma equação completa do terceiro grau em "s". Dividindo tudo por " K_3^2 " teremos a equação final:

$$s^3 - \left(\frac{K_1}{K_3}\right)^2 s^2 + \frac{2 K_1 K_2}{K_3^2} s - \left(\frac{K_2}{K_3}\right)^2 = 0 \quad (79)$$

que é uma equação do tipo:

$$A_0 s^3 + A_1 s^2 + A_2 s + A_3 = 0 \quad (80)$$

em que os coeficientes são:

$$A_0 = 1 \quad (81)$$

$$A_1 = - \left(\frac{K_1}{K_3}\right)^2 \quad (81a)$$

$$A_2 = \frac{2 K_1 K_2}{K_3^2} \quad (81b)$$

$$A_3 = - \left(\frac{K_2}{K_3}\right)^2 \quad (81c)$$

5.6 — *Resolução da Equação (79)*: a resolução desta equação é feita pelo método de Cardan. Para isso, ela deve sofrer uma transformação, de modo a ser eliminado o termo do 2.º grau. Fazendo:

$$s = \frac{x - A_1}{3 A_0} \quad (82)$$

e substituindo na equação (80) ela passa para a forma:

$$x^3 + p x + q = 0 \quad (83)$$

em que:

$$p = 3 A_0 A_2 - 3 A_1^2 \quad (84)$$

$$q = 2 A_0^3 A_3 - 9 A_0 A_1 A_2 + 27 A_1^2 A_3 \quad (84a)$$

Substituindo os coeficientes " A_0 ", " A_1 ", " A_2 " e " A_3 " da (81) até a (81c) virá:

$$p = \frac{18 K_1}{K_3^2} K_2 - 3 \left(\frac{K_1}{K_3}\right)^4 \quad (85)$$

$$q = - 2 \left(\frac{K_1}{K_3}\right)^6 + \frac{18 K_1^3}{K_3^4} K_2 - \frac{27}{K_3^2} K_2^2 \quad (85a)$$

O método a ser adotado para a pesquisa das raízes depende do valor da expressão:

$$M = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} \quad (86)$$

Três hipóteses podem ser feitas quanto ao valor de "M":

a — *M é positivo*: fornece uma raiz real e duas imaginárias conjugadas. A equação é resolvida pelo método chamado direto. Chamando de:

$$E = \left(-\frac{q}{2} + M^{1/2} \right)^{1/3} \quad (87)$$

$$F = \left(-\frac{q}{2} - M^{1/2} \right)^{1/3} \quad (87a)$$

as três raízes são dadas por:

$$x_1 = E + F \quad (88)$$

$$x_2 = -\frac{E + F}{2} + \frac{(E - F)\sqrt{3}}{2} i \quad (88a)$$

$$x_3 = -\frac{E + F}{2} - \frac{(E - F)\sqrt{3}}{2} i \quad (88b)$$

As raízes imaginárias são desprezadas no nosso caso.

b — *M é nulo*: a equação fornece três raízes reais, sendo duas iguais. As raízes são dados por:

$$x_1 = E + F \quad (89)$$

$$x_2 = x_3 = -\frac{E + F}{2} \quad (89a)$$

c — *M é negativo*: a equação fornece três raízes reais e desiguais. É o caso chamado irredutível. As raízes são dadas por:

$$x_1 = 2 \cos \frac{\varphi}{3} \sqrt[3]{-\frac{p}{3}} \quad (90)$$

$$x_2 = 2 \cos \left(60^\circ - \frac{\varphi}{3} \right) \sqrt[3]{-\frac{p}{3}} \quad (90a)$$

$$x_3 = 2 \cos \left(120^\circ - \frac{\varphi}{3} \right) \sqrt[3]{-\frac{p}{3}} \quad (90b)$$

em que:

$$\cos \varphi = \frac{-q}{2 \sqrt[3]{-\frac{p^3}{27}}} \quad (90c)$$

Sí o $\cos \varphi$ for negativo, pesquisa-se nas tabelas o $\arccos \varphi'$ que teria o mesmo coseno tomado positivamente, pois " φ " é o suplemento de " φ' ".

O caso mais comum de resolução da equação (72), neste trabalho, é o primeiro caso, ou seja o caso direto, como veremos adiante.

5.7 — *Resolução pelas Tabelas*: o caso mais comum de resolução da equação (79) é o primeiro caso, no dimensionamento dos tanques Imhoff pelo nosso processo. As raízes imaginárias são desprezadas. Fornecemos, contudo, o modo de resolver a equação nos outros casos, para facilitar a aplicação do nosso processo quando acontecer de ser "M" nulo ou negativo.

Entretanto, vamos demonstrar que o primeiro caso é o que há de surgir sempre quando se fizer uso das tabelas por nos preparadas.

Da condição de M positivo tiramos imediatamente:

$$K_2 > \frac{K_1^3}{K_3^3} \times \frac{K_3}{6} \quad (91)$$

pois o termo com "q" que aparece em "M" está elevado ao quadrado, sendo, portanto, sempre positivo na (86).

O valor máximo obtido para K_1^3/K_3^3 nas nossas tabelas intermediárias foi para $N = 1$ e $\varepsilon = 6$. Para esta posição temos então:

$$\frac{K_1^3}{K_3^3} \times \frac{K_3}{6} = 9,27159 \times \frac{4,0936}{6} = 6,32569 \quad (92)$$

sendo, pois, 6,32569 o maior valor que o segundo membro da (91) assume dentro dos limites admitidos nas nossas tabelas.

Por outro lado, temos que:

$$K_2 = K'_2 v_s + K''_2 v_d \quad (93)$$

Os valores de K'_2 e K''_2 são dados diretamente nas Tabelas III e IV. Nestas tabelas o menor valor para " K''_2 " é dado para $N = 5$, e o menor valor para " K'_2 " é dado para $N = 5$ e $\varepsilon = 2$; então:

$$K_2 = 6,1968 v_d + 8,9854 v_s \quad (94)$$

Os valores máximos da (92) e os mínimos da (94) não se correspondem em "N" e "ε", como se verifica facilmente; assim fizemos para trabalhar com os dados extremos das tabelas, não obstante isto não poder acontecer na prática. Ora, si na (94) acontecesse, para efeito de raciocínio somente, que os volumes por câmara de sedimentação e de digestão fôsem ambos iguais a um, o que também nunca acontecerá na prática, mas sim valores desiguais e maiores do que um, teríamos que:

$$K_2 = 15,1822 \quad (97a)$$

mostrando ser " K_2 ", dentro dos limites das nossas tabelas, e mesmo admitindo hipóteses absurdamente desfavoráveis, maior do que o valor do segundo membro da (91). Assim, fica demonstrado, que, dentro dos limites adotados nas nossas tabelas, a equação do 3.º grau (79) será sempre resolvida pelo primeiro método, e também que o nosso processo de dimensionamento dos tanques Imhoff leva sempre a um único valor mínimo real para o volume de concreto.

5.8 — *Construção das Tabelas*: a determinação numérica dos valores das expressões de "p" e de "q" envolve um trabalho fatigante, o qual pode ser contornado por meio do uso de tabelas.

Ao se observar a forma das expressões das constantes " K_1 " e " K_2 " verifica-se que elas são função da forma e do número de tanques somente, não dependendo dos dados populacionais. Substituindo " θ " pelo seu valor dado pela (16) nas (69) e (69b) teremos:

$$K_1 = \left(\frac{2N}{N+1} \right)^{1/2} \left[\frac{h}{\varepsilon} + H_1 + \frac{4(H_1 + H_3)(N+1)}{N} \right] \quad (95)$$

$$K_3 = \frac{N}{\varepsilon(N+1)} \left(\frac{2}{\cos \alpha} - \operatorname{tg} \alpha \right) + 2 \left(\frac{1}{\cos \gamma} + \frac{1}{\cos \beta} + \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{\varepsilon} - \frac{4 \operatorname{tg} \gamma}{3} \right) \quad (96)$$

Atribuindo-se valores usualmente adotados na prática aos diversos elementos do projeto:

$$\begin{aligned}
 h &= 0,60 \text{ m} & (37) \\
 H_1 = H_3 &= 0,50 \text{ m (mínimo das normas do D. O. S.)} & (97a) \\
 \text{tg } \gamma &= 1:2 = 0,50 \text{ (Imhoff-Fair)} & (97b) \\
 \gamma &= 26^\circ 34' & (97c) \\
 \cos \gamma &= 0,89441 & (97d) \\
 \alpha &= 50^\circ \text{ (mínimo das normas do D. O. S.)} & (97e) \\
 \cos \alpha &= 0,64279 & (97f) \\
 \text{tg } \alpha &= 1,19195 & (97g)
 \end{aligned}$$

os valores de "K₁" e "K₃" passam a ser função unicamente de "ε" e de "N", pois "β" é função também de "N". Tomando a (32) e combinando com a (16) teremos:

$$\text{tg } \beta = \frac{2N}{N+1} \text{tg } \gamma = \frac{\text{sen } \beta}{\cos \beta} \quad (98)$$

de onde se tira:

$$\cos \beta = \frac{\text{sen } \beta}{\text{tg } \gamma} \times \frac{N+1}{2N} \quad (99)$$

substituindo $\text{sen } \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta}$ e operando teremos:

$$\cos \beta = \left[1 + \left(\frac{2N \text{tg } \gamma}{N+1} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (100)$$

Na constante "K₃" aparece o termo $1/\cos \beta = \cos^{-1} \beta$. Como $\cos \beta$ depende somente de $\text{tg } \gamma$ e "N", fizemos uma tabela dos seus inversos, a partir de $\text{tg } \gamma = 0,50$ em função de "N", pois eles poderão ser usados para os casos não resolvidos totalmente pelas nossas tabelas. Estes valores são dados na Tabela IV.

Substituindo todos estes valores nas (95) e (96) e operando, teremos finalmente:

$$K_1 = \left(\frac{N}{N+1} \right)^2 \left(\frac{2,40}{\epsilon} + \frac{16}{N} + 18 \right) \quad (101)$$

$$K_3 = \frac{1,91969 N}{\epsilon (N+1)} + \frac{4,76700}{\epsilon} + 2 \left[1 + \left(\frac{N}{N+1} \right)^2 \right]^{1/2} + 0,90278 \quad (102)$$

A constante "K₂" é função da forma dos tanques e de "N", e também da capacidade do tanque, envolvendo os volumes da câmara de sedimentação e da câmara de digestão. Não convém simplificar por demais a sua apresentação, fazendo tais volumes serem proporcionais à população de projeto, pelo fato de, na maioria dos casos, deixar de haver aquela proporcionalidade simples e direta. Dêste modo fizemos a constante "K₂" tomar a seguinte forma:

$$K_2 = K'_2 v_s + K''_2 v_d \quad (103)$$

sendo:

$$K'_2 = \frac{1}{1-\rho} \left(\sqrt{\theta} + \frac{8}{\sqrt{\theta}} \right) \quad (103a)$$

$$K''_2 = \frac{8}{\sqrt{\theta}} \quad (103b)$$

Substituindo " θ " e $1 - \rho$ teremos finalmente:

$$K'_2 = \frac{\varepsilon \sqrt{N+1}}{\sqrt{2N}} \left[1 + \frac{4(N+1)}{N} \right] \quad (103c)$$

$$K''_2 = \frac{8 \sqrt{N+1}}{\sqrt{2N}} \quad (103d)$$

Dêste modo, verificamos que " K_1 ", " K'_2 " e " K_3 " são função da forma da câmara de sedimentação e do número dos tanques Imhoff do conjunto adotado, e K''_2 é função somente do número de tanques.

Atribuindo-se diferentes valores a " ε " e a " N ", construímos sucessivamente as Tabelas I, II, III e IV, sendo as três primeiras de dupla entrada (para valores de " ε " e " N "), e a última de simples entrada.

Os limites de variação de " ε " são os mesmos previstos nas normas do Departamento de Obras Sanitárias de São Paulo, ou seja de 2 a 6, englobando todos os casos possíveis nas mesmas. Os limites de variação de " N " são 1 e 5. Parece-nos não ser aconselhável a construção de conjuntos de tanques Imhoff com mais de cinco tanques, tornando o conjunto anti-econômico. Nestes casos, deve-se recorrer aos digestores separados dos tanques de sedimentação primária.

5.9 — *Tabelas Derivadas*: as Tabelas I, II, III e IV são as tabelas fundamentais para as constantes já vistas. Entretanto, para a resolução da equação do terceiro grau estas constantes sofrem uma série de operações algébricas, no sentido de se estabelecer as formas definitivas para " p " e " q ", conforme dadas nas expressões (85) e (85a). Para facilitar a execução de algumas das operações algébricas citadas, construímos, a partir das tabelas fundamentais, algumas tabelas derivadas, fornecendo os valores dos termos ou partes dos mesmos de " p " e " q " em função de " ε " e de " N ". Estas tabelas são as de N.º V, VI, VII, VIII e IX, em que " ε " e " N " acompanham os mesmos limites e graus de variação das tabelas fundamentais.

Para facilitar o emprêgo destas tabelas derivadas, as expressões de " p " e " q " passaram a ter as formas seguintes:

$$p = D_1 K_2 - D_2 \quad (104)$$

$$q = -D_3 + D_4 K_2 - D_5 K_2^2 \quad (104a)$$

de modo que os valores de " D_1 " são retirados das tabelas derivadas em função de " ε " e " N ". As expressões de " D_1 " são:

$$D_1 = \frac{18 K_1}{K_3^2} \quad (105)$$

$$D_2 = 3 \left(\frac{K_1}{K_3} \right)^4 \quad (105a)$$

$$D_3 = 2 \left(\frac{K_1}{K_3} \right)^6 \quad (105b)$$

$$D_4 = \frac{18 K_1^3}{K_3^4} \quad (105c)$$

$$D_5 = \frac{27}{K_3^2} \quad (105d)$$

O modo de emprêgo das tabelas será visto nos próximos capítulos, onde daremos dois exemplos de dimensionamento de tanques Imhoff pelo nosso processo. No primeiro exem-

plo será exibido um caso geral, fora das tabelas, e no segundo exemplo veremos uma aplicação imediata das tabelas.

No sentido de simplificar os cálculos aritméticos destas constantes para o caso em que não se aplicar as tabelas, poderemos fazer:

$$R_1 = \frac{K_1}{K_3} = K_1 R_2 \quad (106)$$

$$R_2 = \frac{1}{K_3} \quad (106a)$$

e passamos a ter:

$$D_1 = 18 R_1 R_2 \quad (107)$$

$$D_2 = 3 R_1^4 \quad (107a)$$

$$D_3 = 2 R_1^6 \quad (107b)$$

$$D_4 = 18 R_1^3 R_2 \quad (107c)$$

$$D_5 = 27 R_2^2 \quad (107d)$$

5.10 — *Verificações Importantes*: devem ser feitas duas verificações, e que são a carga de superfície média e a velocidade média de escoamento do líquido, ambas na câmara de sedimentação.

A carga de superfície média é dada diretamente por:

$$q_s = \frac{Q}{s_s N} \quad (108)$$

e a velocidade média de escoamento é dada a partir da área "s_b" determinada pela (35a):

$$V_m = \frac{Q}{s_b N} \quad (109)$$

6 — APLICAÇÃO A UM CASO GERAL

6.1 — *Dados do Projeto*: trata-se de um caso fictício, mas que, no entretanto, é perfeitamente passível de ser encontrado na prática.

Seria o esgoto sanitário de uma pequena cidade litorânea. A vazão teria sido determinada experimentalmente, pois o sistema coletor já estaria em funcionamento. Depois de feitos os estudos sobre a estimativa do crescimento da cidade, concluiu-se que a vazão de projeto para o plano todo, a ser executado em várias etapas, seria de:

$$Q = 0,1875 \text{ m}^3/\text{seg} \quad (110)$$

Foi feito um levantamento sanitário da cidade, tendo-se concluído que:

a — havia uma pequena indústria que lançava os seus despejos industriais líquidos na rede coletora dos esgotos sanitários. A sua contribuição, segundo medições feitas, era muito pequena, tudo levando a crer que não haveria interferência deste despejo industrial no tratamento primário do esgoto pelos tanques Imhoff, assim como no posterior tratamento biológico por aerofiltros. Por tais motivos, tinha sido dada autorização oficial, há bastante tempo, para a mesma lançar os seus despejos industriais diretamente na rede coletora, sem tratamento prévio algum. A autorização foi dada em base num relatório circunstanciado feito pelo médico chefe do Centro de Saúde da cidade;

b — o sistema coletor era do tipo separador absoluto, e a legislação municipal proibia terminantemente a execução de ligações ilícitas no sistema sanitário. A legislação muni-

cial exigia uma fiscalização rigorosa, tendo sido verificado que essa fiscalização existia de fato;

c — a contribuição da água de infiltração era relativamente grande, determinada por diferença e com relativa precisão. Tal fato foi explicado pelo motivo da cidade ser litorânea, assentada diretamente sobre uma formação quaternária recente: areia fina superposta sobre uma espessa camada de vasa. A rede coletora foi assentada diretamente sobre a areia, sem berços de concreto, e abaixo do nível mínimo do lençol freático, ficando, portanto, permanentemente submersa no mesmo. O aparecimento de trincas nas manilhas e aberturas nas juntas, durante a acomodação das linhas, seria o responsável pela relativa alta infiltração de água na rede.

Ao se fazer os estudos definitivos para a elaboração do projeto da estação de tratamento de esgotos desta susposta cidade, inclusive com trabalhos laboratoriais, verificou-se que o esgoto não apresentava características normais. Atribuiu-se tal anomalia ao fato de haver despejo industrial na rede, à relativa alta infiltração de água no sistema, e, provavelmente, a alguma salinidade excessiva existente na própria água de infiltração, devido à localização da cidade. Tornou-se necessário se proceder a uma série de experiências com o próprio esgoto em modelos reduzidos, verificando-se que, alguns dados do projeto deveriam ser diferentes dos mínimos estabelecidos pelas normas do Departamento de Obras Sanitárias do Estado de São Paulo. Os dados que foram achados como bons para a elaboração do projeto definitivo foram os seguintes:

$$h = 1,00 \text{ m} \quad (111)$$

$$H_1 = H_4 = H_5 = 0,60 \text{ m} \quad (112)$$

$$\alpha = 60^\circ \quad (113)$$

$$\gamma = 35^\circ \quad (114)$$

$$\varepsilon = 3$$

Por outro lado, a população equivalente para o plano todo, calculada a partir de dados bem precisos, foi achada como sendo de:

$$P_e = 5.032 \text{ habitantes} \quad (115)$$

Como o tratamento seria completo, com tratamento biológico por meio de aerofiltros, e com o retorno do lodo secundário para os poços das bombas de esgoto bruto, achou-se como razoável tomar o valor de 70 l/capita para a taxa de dimensionamento da câmara de digestão dos tanques Imhoff:

$$t_d = 0,070 \text{ m}^3/\text{capita} \quad (116)$$

e o tempo de detenção do esgoto nas câmaras de sedimentação verificado como satisfatório, de acordo com as experiências acima citadas, foi de:

$$T = 2 \text{ horas} \quad (117)$$

As condições de crescimento combinadas com a topografia da cidade obrigaram a adoção de três unidades iguais nas diferentes fases do tratamento, incluindo-se entre elas os tanques Imhoff. A construção do último tanque Imhoff (e outras unidades) ficaria na dependência da execução de uma obra custosa, e que consistia na travessia de um emissário sob as águas de um rio relativamente profundo e largo. Então temos que:

$$N = 3 \text{ tanques} \quad (118)$$

Com estes dados em mãos, criteriosamente estabelecidos, pode-se iniciar o cálculo do conjunto dos três tanques Imhoff geminados de custo mínimo.

6.2 — *Elementos Fundamentais*: o volume total de sedimentação é dado por:

$$V_s = T Q = 2 \times 3.600 \times 0,01875 = 135 \text{ m}^3 \quad (119)$$

e o volume por câmara é:

$$v_s = \frac{V_s}{N} = \frac{135}{3} = 45 \text{ m}^3/\text{tanque} \quad (119a)$$

O volume total de digestão é:

$$V_d = P_c t_d = 5.032 \times 0,070 = 352,24 \text{ m}^3 \quad (120)$$

e por câmara de digestão:

$$v_d = \frac{V_d}{N} = \frac{352,24}{3} = 117,41 \text{ m}^3/\text{tanque} \quad (120a)$$

O valor de “ θ ” (16) é:

$$\theta = \frac{2 N}{N + 1} = \frac{6}{4} = 1,50 \quad (121)$$

O valor de “ ρ ” (17) é:

$$\rho = 1 - \frac{\theta}{\varepsilon} = 1 - \frac{1,50}{3} = 0,50 \quad (122)$$

que está dentro das normas do DOS.

6.3 — *Determinação das Constantes*: o valor de “ H_c ” (56) e o de K_1 (69) são respectivamente:

$$H_c = H_1 + H_3 = 0,60 + 0,60 = 1,20 \text{ m} \quad (123)$$

$$K_1 = \sqrt{\theta} \left(\frac{h}{\varepsilon} + H_1 + \frac{8 H_c}{\theta} \right) = \sqrt{1,5} \left(\frac{1,00}{3} + 0,60 + \frac{8 \times 1,20}{1,5} \right) \quad (124)$$

$$K_1 = 8,9811 \quad (124a)$$

Observando-se as (103c) e (103d) verifica-se que “ K'_2 ” e “ K''_2 ” são função somente de “ ε ” e de “ N ”. Dêste modo pode-se recorrer às Tabelas III e IV; com $\varepsilon = 3$ e $N = 3$ teremos:

$$K'_2 = 15,520 \quad (125)$$

$$K''_2 = 6,5320 \quad (125a)$$

Estas duas tabelas poderão ser empregadas em qualquer caso, dentro das variações de “ ε ” e de “ N ” nelas estabelecidas.

Então o valor de “ K_2 ” será obtido da (103):

$$K_2 = K'_2 v_s + K''_2 v_d = 15,520 \times 45 + 6,5320 \times 117,41 \quad (126)$$

$$K_2 = 1.465,3 \quad (126a)$$

A determinação de K_3 é feita a partir da (69b):

$$K_3 = 8 \left(\frac{\text{tg } \alpha}{2 \varepsilon} - \frac{\text{tg } \gamma}{3} \right) + 2 \left(\frac{1}{\cos \gamma} + \frac{1}{\cos \beta} \right) + (1 - \rho) \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{\text{tg } \alpha}{2} \right)$$

O valor de $1/\cos \beta$ é obtido da (100) para $N = 3$ e:

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} 35^\circ = 0,70021 \quad (127)$$

$$\frac{1}{\cos \beta} = \left[1 + \left(\frac{2 N \operatorname{tg} \gamma}{N + 1} \right)^2 \right]^{1/2} = \left[1 + \left(\frac{3 \times 0,70021}{4} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (128)$$

$$\frac{1}{\cos \beta} = \sqrt{1,27579} = 1,1295 \quad (128a)$$

Sendo:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 60^\circ = 1,73205 \quad (129)$$

$$\cos \alpha = \cos 60^\circ = 0,50000 \quad (129a)$$

$$\cos \gamma = \cos 35^\circ = 0,81915 \quad (129b)$$

poderemos calcular o valor de " K_3 ":

$$K_3 = 8 \left(\frac{1,73205}{2 \times 3} - \frac{0,70021}{3} \right) + 2 \left(\frac{1}{0,81915} + 1,12951 \right) + \\ + (1 - 0,5) \left(\frac{1}{0,5} - \frac{1,73205}{2} \right) \quad (130)$$

$$K_3 = 5,7898 \quad (130a)$$

6,4 — *Pesquisa da Raiz*: pela (106a) determinamos " R_2 ":

$$R_2 = \frac{1}{K_3} = \frac{1}{5,7898} = 0,17237 \quad (131)$$

E, pela (106) achamos " R_1 ":

$$R_1 = K_1 R_2 = 8,9811 \times 0,17237 = 1,5481 \quad (132)$$

E, pelas (107) a (107d) determina-se sucessivamente os valores de:

$$D_1 = 18 R_1 R_2 = 18 \times 1,5481 \times 0,17237 = 4,8033 \quad (133)$$

$$D_2 = 3 R_1^4 = 3 \times (1,5481)^2 \times (1,5481)^2 = 17,231 \quad (133a)$$

$$D_3 = 2 R_1^6 = 2 \times (1,5481)^3 \times (1,5481)^3 = 27,531 \quad (133b)$$

$$D_4 = 18 R_1^3 R_2 = 18 \times (1,5481)^3 \times 0,17237 = 11,511 \quad (133c)$$

$$D_5 = 27 R_2^2 = 27 \times (0,17237)^2 = 0,80221 \quad (133d)$$

Pela (104) determinamos o valor de "p":

$$p = D_1 K_2 - D_2 = 4,8033 \times 1,465,3 - 17,2309 \cong 7,021,9 \quad (134)$$

E, pela (104a) determinamos "q":

$$q = -D_3 + D_4 K_2 - D_5 K_2^2 = -27,531 + 11,511 \times 1,465,3 - \\ - 0,80221 \times (1,465,3)^2 \quad (135)$$

$$q = -1,7056 \times 10^6 \quad (135a)$$

Pela (86) determina-se "M":

$$M = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} = \frac{(-1,0756 \times 10^6)^2}{4} + \frac{(7,0219 \times 10^3)^3}{27} \quad (136)$$

$$M = 0,74009 \times 10^{12} \quad (136a)$$

Verifica-se que "M" é positivo; então, a equação (83), que neste caso toma a forma:

$$x^3 + 7,0219 \times 10^3 x - 1,7056 \times 10^6 = 0 \quad (137)$$

é resolvida pelo caso direto. Os valores de "E" e "F" são dados, respectivamente, pelas (87) e (87a):

$$E = \left(-\frac{q}{2} + \sqrt{M} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(-\frac{-1,7056 \times 10^6}{2} + \sqrt{0,74009 \times 10^{12}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (138)$$

$$E \cong 119,65 \quad (138a)$$

$$F = \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{M} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(-\frac{-1,7056 \times 10^6}{2} - \sqrt{0,74009 \times 10^{12}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (139)$$

$$F \cong -19,56 \quad (139a)$$

E, a única raiz real é dada pela (88):

$$x_1 = E + F = 119,65 - 19,56 = 100,09 \quad (140)$$

A superfície em projeção de cada tanque será dada pela (82):

$$s = \frac{x_1 - A_1}{3 A_0}$$

O termo "A₁" é obtido da (81):

$$A_1 = - \left(\frac{K_1}{K_3} \right)^2 = - R_1^2 = - (1,5481)^2 \cong - 2,40 \quad (141)$$

Então:

$$s = \frac{100,09 - (-2,40)}{3 \times 1} = 34,16 \text{ m}^2 \quad (142)$$

que é o valor da superfície horizontal de cada tanque, a qual fornece o conjunto de três tanques Imhoff de mínimo custo, em função daqueles dados do projeto. A partir deste valor dimensionamos o resto dos tanques.

6.55 — *Dimensões Horizontais*: o comprimento de cada tanque é dado pela (20):

$$L = \sqrt{\theta s} = \sqrt{1,5 \times 34,16} = 7,16 \cong 7,20 \text{ m} \quad (143)$$

A largura pela (18):

$$B = \frac{s}{L} = \frac{34,16}{7,20} = 4,75 \text{ m} \quad (144)$$

A largura da câmara de sedimentação é dada pela (13a):

$$B_2 = \frac{L}{3} = \frac{7,20}{3} = 2,40 \text{ m} \quad (143)$$

A largura da câmara de espuma pela (12):

$$B_1 = \frac{\rho B}{2} = \frac{0,50 \times 4,75}{2} = 1,187 \cong 1,20 \text{ m} \quad (146)$$

Devido às aproximações no último algarismo deve-se fazer que $B = B_2 + 2 B_1 \cong = 2,40 + 2,40 = 4,80 \text{ m}$, e não como o determinado acima, para efeito de coincidência no desenho, além do acréscimo devido às duas paredes da câmara de sedimentação. Então o valor adotado de "B" passa a ser de 4,80 m.

O valor de "B'₂" é dado pela (23):

$$B'_2 = \frac{2 H_4}{\text{tg } \alpha} = \frac{2 \times 0,60}{1,7321} = 0,6928 \cong 0,70 \text{ m} \quad (147)$$

6.6 — Alturas: a altura "H₂" é tirada da (39) combinando com as (23) e (39a):

$$H_2 = \frac{1}{s_s} \left(v_s + \frac{L H_4^2}{\text{tg } \alpha} \right) - \frac{B_2 \text{tg } \alpha}{4} =$$

$$= \frac{1}{17,28} \left(45 + \frac{7,20 \times 0,60^2}{1,7321} \right) - \frac{2,40 \times 1,7321}{4} \quad (148)$$

$$H_2 = 1,3052 \cong 1,30 \text{ m} \quad (148a)$$

A altura "H₃" é tirada da (39a):

$$H_3 = \frac{B_2 \text{tg } \alpha}{2} - H_4 = \frac{2,40 \times 1,7321}{2} - 0,60 \quad (149)$$

$$H_3 = 1,4785 \cong 1,50 \text{ m} \quad (149a)$$

A altura "H₇" é obtida da (44):

$$H_7 = \frac{B \text{tg } \hat{\beta}}{2} = \frac{\theta B \text{tg } \gamma}{2} = \frac{4,75 \times 1,5 \times 0,70021}{2} \quad (150)$$

$$H_7 = 2,4945 \cong 2,50 \text{ m} \quad (150a)$$

A altura "H₆" vem da (45) e considerando-se a (46):

$$H_6 = \frac{v_d}{s} - \frac{H_7}{3} = \frac{117,41}{34,16} - \frac{2,50}{3} \quad (151)$$

$$H_6 = 2,604 \cong 2,60 \text{ m} \quad (151a)$$

As alturas são resumidas como segue:

a — Câmara de Sedimentação:

1 — altura livre adicional, H ₁	0,60 m
2 — altura da parte paralelepípedica, H ₂	1,30 m
3 — altura da parte prismática, H ₃	1,50 m
4 — zona neutra, H ₄	0,60 m

b — Câmara de Digestão:

5 — zona neutra, H ₅	0,60 m
6 — parte paralelepípedica, H ₆	2,60 m
7 — parte piramidal invertida, H ₇	2,50 m

Total 9,70 m

Da altura " H_7 " costuma-se tirar de 0,20 m a 0,30 m no vértice, para dar saída livre na canalização de descarga, de modo que a altura total será de 9,40 m a 9,50 m.

6.7 — *Verificação Final*: a superfície da câmara de sedimentação é dada pela (21):

$$s_s = L B_2 = 7,20 \times 2,40 = 17,28 \text{ m}^2 \quad (152)$$

e a carga de superfície será de:

$$q_s = \frac{Q}{s_s N} = \frac{18,75}{3 \times 17,28} = 0,362 \text{ l/seg} \times \text{m}^2 \quad (152a)$$

A seção de escoamento da câmara de sedimentação é dada pela (35a):

$$s_h = H_2 B_2 + \frac{B_2 + B'_2}{2} H_3 = 1,30 \times 2,40 + \frac{2,40 + 0,70}{2} \times 1,50$$

$$s_h \cong 5,45 \text{ m}^2 \quad (153)$$

E a velocidade horizontal média de deslocamento do líquido na câmara de sedimentação é dada por:

$$V_m = \frac{Q}{s_h N} = \frac{0,01875}{5,45 \times 3} = 0,0011 \text{ m/seg} = 1,1 \text{ mm/seg} \quad (154)$$

Tanto o valor da carga de superfície como o da velocidade estão satisfatórios.

7 — APLICAÇÃO COM AS TABELAS

7.1 — *Dados do Projeto*: vamos aplicar aqui o caso anterior, na suposição de que os dados fundamentais do projeto pudessem estar dentro dos valores mínimos exigidos pelas normas do Departamento de Obras Sanitárias de São Paulo. Os outros dados seriam os mesmos do caso já visto. Dêste modo poderíamos fazer uso das tabelas por nós preparadas. Assim, temos:

$Q = 0,01875 \text{ m}^3/\text{seg}$	(igual ao anterior)
$h = 0,60 \text{ m}$	
$H_1 = H_4 = H_5 = 0,50 \text{ m}$	
$\alpha = 50^\circ$	
$\text{tg } \gamma = 0,5$	
$\varepsilon = 3$	(igual ao anterior)
$P_c = 5.032 \text{ habitantes}$	" " "
$t_{cl} = 0,070 \text{ m}^3/\text{capita}$	" " "
$T = 2 \text{ horas}$	" " "
$N = 3 \text{ tanques}$	" " "
$\text{tg } \alpha = 1,19175$	" " "

Seguiremos a mesma marcha de cálculo, sem mais esclarecimentos, exceto quando houver alteração no processo pelo emprego das tabelas.

7.2 — *Elementos Fundamentais*: repetiremos aquí os valores iguais aos do caso anterior, sem exhibir o processo de cálculo:

$V_s = 135 \text{ m}^3$	(igual ao anterior)
$v_s = 45 \text{ m}^3$	" " "
$V_d = 352,24 \text{ m}^3$	" " "
$v_d = 117,41 \text{ m}^3/\text{tanque}$	" " "
$\theta = 1,50$	" " "
$\rho = 0,50$	" " "

7.3 — *Determinação das Constantes*: a constante " K_1 " é dada na Tabela I, para $\epsilon = 3$ e $N = 3$:

$K_1 = 7,3890$	
$K'_2 = 15,520$	(igual ao anterior)
$K''_2 = 6,5320$	" " "
$K_2 = 1.465,3$	" " "

A constante " K_3 " é dada na Tabela II, para $\epsilon = 3$ e $N = 3$:

$$K_3 = 5,4717$$

As constantes " K_1 " e " K_3 " não precisariam ser determinadas, pois o seu uso posterior já está todo tabelado.

7.4 — *Pesquisa da Raiz*: os valores de D_1 , D_2 , D_3 , D_4 e D_5 já são dados diretamente nas Tabelas V, VI, VII, VIII e IX, para $\epsilon = 3$ e $N = 3$:

$$\begin{aligned} D_1 &= 4,4424 \\ D_2 &= 9,9764 \\ D_3 &= 12,127 \\ D_4 &= 8,1004 \\ D_5 &= 0,90183 \end{aligned}$$

Os valores de "p" e "q" devem ser calculados em função dos " D_i " e " K_2 ":

$$\begin{aligned} p &= D_1 K_2 - D_2 = 4,4424 \times 1.465,3 - 9,9764 \cong 6,4994 \times 10^3 \\ q &= -D_3 + D_4 K_2 - D_5 K_2^2 = -12,127 + 8,1004 \times 1,465,3 - \\ &\quad - 0,90183 \times (1.465,3)^2 \cong -1,9245 \times 10^6 \end{aligned}$$

O valor de "M" é:

$$\begin{aligned} M &= \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} = \frac{(-1,9245 \times 10^6)^2}{4} + \frac{(6,4994 \times 10^3)^3}{27} \\ M &= 0,93761 \times 10^{12} \end{aligned}$$

$$\sqrt{M} = \sqrt{0,93761 \times 10^{12}} = 0,96830 \times 10^6$$

Os valores de "E" e "F" são sucessivamente:

$$E = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{M}} = \sqrt[3]{-\frac{1,9245 \times 10^6}{2} + 0,96830 \times 10^6} = 124,45$$

$$F = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{M}} = \sqrt[3]{-\frac{1,9245 \times 10^6}{2} - 0,96830 \times 10^6} = -18,22$$

E o valor da única raiz real ("M" é positivo) é:

$$x_1 = E + F = 124,45 - 18,22 = 106,23$$

O valor numérico de "A₁" é obtido diretamente da Tabela X:

$$A_1 = -\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^2 = -1,8236 \cong -1,82$$

E, o valor da área horizontal de cada tanque é dado por:

$$s = \frac{x_1 - A_1}{3 A_0} = \frac{106,23 - (-1,82)}{3 \times 1} = 36,01 \text{ m}^2$$

Verifica-se que este resultado não é muito diferente do achado para o caso anterior (142), que é de 34,16 m², sendo este menor do que aquele de 1,85 m², e com um erro sobre aquele de 5,15%. Deste modo, pode-se concluir que pequenas alterações nos dados de ordem geométrica do projeto (não hidráulicos ou populacionais), pouco alteram o custo mínimo dos tanques Imhoff.

7.55 — *Dimensões Horizontais*: damos em seguida o seu cálculo. As equações usadas em todo este capítulo já estão indicadas nos parágrafos correspondentes do capítulo anterior. Então temos:

$$L = \sqrt{1,5 \times 36,01} = 7,36 \cong 7,35 \text{ m}$$

$$B = \frac{36,01}{7,35} = 4,90 \text{ m}$$

$$B_2 = \frac{7,35}{3} = 2,45 \text{ m}$$

$$B_1 = \frac{0,5 \times 4,90}{2} = 1,225 \cong 1,25 \text{ m}$$

$$B'_2 = \frac{2 \times 0,50}{1,19175} = 0,84 \cong 0,85 \text{ m}$$

Devido às aproximações no último algarismo deve-se fazer que $B = B_2 + 2 B_1 = 2,45 + 2,50 = 4,95 \text{ m}$ e não 4,90 m como o determinado acima, para efeito de coincidência no desenho, além do acréscimo devido às duas paredes da câmara da sedimentação.

7.6 — *Alturas*: o valor de "s_g" deve ser calculado antecipadamente. Então:

$$s_g = 2,45 \times 7,35 = 18,00 \text{ m}^2$$

$$H_2 = \frac{1}{18} \left(45 + \frac{7,35 \times 0,5^2}{1,19175} \right) - \frac{2,45 \times 1,19175}{4} = 1,86 \cong 1,85 \text{ m}$$

$$H_3 = \frac{2,45 \times 1,19175}{2} - 0,50 = 0,96 \cong 0,95 \text{ m}$$

$$H_7 = \frac{1,5 \times 4,90 \times 0,5}{2} = 1,85 = 1,85 \text{ m}$$

$$H_8 = \frac{117,41}{36,01} - \frac{1,85}{3} = 2,65 \text{ m}$$

7.7 — *Verificações Finais*: a superfície da câmara de sedimentação já foi determinada. A carga de superfície será então:

$$q_s = \frac{18,75}{18 \times 3} \cong 0,35 \text{ l/seg} \times \text{m}^2$$

A seção de escoamento do líquido na câmara de sedimentação é:

$$s_b = 1,85 \times 2,50 + \frac{2,50 + 0,85}{2} \times 1,00 = 6,30 \text{ m}^2$$

empregando-se o $B_2 = 2,50$ m adotado. A velocidade média de escoamento será:

$$V_m = \frac{0,01875}{3 \times 6,30} \cong 0,001 \text{ m/seg} = 1,0 \text{ mm/seg}$$

SUMÁRIO

O Autor estabelece um método para o dimensionamento dos tanques Imhoff retangulares de uma só câmara de sedimentação de mínimo custo. O estabelecimento deste método permite o cálculo direto dos tanques Imhoff de tal tipo.

Para a sua aplicação imediata, o Autor construiu dez tabelas em base nos valores mínimos das normas do Departamento de Obras Sanitárias de São Paulo, elaboradas para a aprovação dos projetos de estações de tratamento de esgotos sanitários no Estado de São Paulo.

O Autor mostra que pequenas alterações naqueles valores, e em outros de ordem geométrica, pouco influí no custo mínimo dos tanques Imhoff deste tipo, podendo-se, com pequena margem de erro, adotar o emprêgo das tabelas ainda nestes casos, em vez de se processar o dimensionamento pelo método geral.

Apresenta dois exemplos de dimensionamento destes tanques, sendo o primeiro para um caso geral, fora daquelas normas, e o segundo para o caso em que é possível o emprêgo das tabelas.

SUMMARY

THE CALCULATION OF A SINGLE SEDIMENTATION CHAMBER OF RECTANGULAR IMHOFF TANKS OF MINIMUM COST

The Author establishes a method to calculate rectangular Imhoff tanks of a single sedimentation chamber by the minimum cost process. This method permits the direct calculation of the Imhoff tanks of this type. In order to simplify its application ten tables were prepared based in the minimum values of the São Paulo State Sanitary Instructions for Design of Sewage Treatment Plants (D. O. S.).

The Author shows that little changes in those values do not affect the Imhoff Tanks minimum cost, and that it is possible to use the tables for a general problem with little error.

He presents two examples: the first for a general case, and the second for a specific case of the minimum values of those instructions, which permits the use of the tables.

BIBLIOGRAFIA

- ref. 1 — Fernando de Barros Ferraz, Departamento de Obras Sanitárias de São Paulo, "Instruções para Elaboração de Projetos de Estações de Tratamento de Esgotos Sanitários", Boletim da Repartição de Águas e Esgotos de São Paulo, N.º 23, junho de 1951.
- ref. 2 — J. C. Dias de Moraes, "As Relações de Superfície nos Tanques Imhoff Retangulares", Revista D. A. E., N.º 23, dezembro de 1958.

ERRATA

Do trabalho "As relações de Superfície nos Tanques Imhoff Retangulares", publicado no N.º 23 desta Revista:

Página	Linha	Onde se lê	Leia-se
84	18 (eq. 11)	$S_s = \frac{L_2}{\varepsilon}$	$S = \frac{L^2}{\varepsilon}$
84	27 (eq. 15)	$P = 1 - \frac{\theta}{\varepsilon}$	$\rho = 1 - \frac{\theta}{\varepsilon}$
85	32 (eq. 20)	$K_{\max} = \frac{10, - 0,2}{0,2} = 4$	$K_{\max} = \frac{1,0 - 0,2}{0,2} = 4$
88	7 (eq. 38)	$\rho_1 = - \frac{2}{3} = 0,333$	$\rho_1 = 1 - \frac{2}{3} = 0,333$
88	31	serão diferente dos	serão diferentes dos

TABELA N.º I

Valores da Constante K_1 em Função de N e de ϵ

ϵ	Número de Tanques Geminados — N —				
	1	2	3	4	5
2,00	8,8000	7,8521	7,5115	7,3366	7,2293
2,10	8,7857	7,8356	7,4940	7,3185	7,2109
2,20	8,7727	7,8206	7,4781	7,3021	7,1942
2,30	8,7609	7,8069	7,4635	7,2871	7,1788
2,40	8,7500	7,7944	7,4503	7,2733	7,1648
2,50	8,7400	7,7828	7,4380	7,2607	7,1518
2,60	8,7308	7,7722	7,4267	7,2490	7,1399
2,70	8,7222	7,7623	7,4163	7,2385	7,1289
2,80	8,7143	7,7531	7,4065	7,2282	7,1186
2,90	8,7069	7,7446	7,3975	7,2188	7,1091
3,00	8,7000	7,7366	7,3890	7,2101	7,1002
3,10	8,6936	7,7292	7,3812	7,2022	7,0919
3,20	8,6875	7,7222	7,3737	7,1946	7,0841
3,30	8,6818	7,7156	7,3668	7,1871	7,0767
3,40	8,6765	7,7095	7,3602	7,1803	7,0698
3,50	8,6714	7,7036	7,3540	7,1742	7,0633
3,60	8,6667	7,6982	7,3482	7,1679	7,0572
3,70	8,6622	7,6930	7,3427	7,1622	7,0514
3,80	8,6579	7,6881	7,3375	7,1569	7,0459
3,90	8,6538	7,6833	7,3325	7,1517	7,0406
4,00	8,6500	7,6789	7,3278	7,1468	7,0357
4,10	8,6463	7,6747	7,3233	7,1422	7,0309
4,20	8,6429	7,6707	7,3191	7,1378	7,0264
4,30	8,6396	7,6669	7,3150	7,1336	7,0222
4,40	8,6364	7,6632	7,3111	7,1296	7,0181
4,50	8,6333	7,6597	7,3074	7,1257	7,0141
4,60	8,6304	7,6563	7,3039	7,1221	7,0104
4,70	8,6277	7,6531	7,3005	7,1186	7,0068
4,80	8,6250	7,6500	7,2972	7,1152	7,0033
4,90	8,6225	7,6471	7,2941	7,1120	7,0001
5,00	8,6200	7,6443	7,2911	7,1089	6,9969
5,10	8,6177	7,6416	7,2882	7,1059	6,9939
5,20	8,6154	7,6389	7,2854	7,1030	6,9910
5,30	8,6132	7,6364	7,2828	7,1003	6,9882
5,40	8,6111	7,6340	7,2802	7,0977	6,9855
5,50	8,6091	7,6317	7,2777	7,0951	6,9828
5,60	8,6072	7,6294	7,2753	7,0926	6,9803
5,70	8,6053	7,6272	7,2730	7,0902	6,9779
5,80	8,6035	7,6251	7,2708	7,0879	6,9755
5,90	8,6017	7,6231	7,2687	7,0857	6,9733
6,00	8,6000	7,6207	7,2666	7,0836	6,9711

Obs.: Esta tabela foi feita para $h = 0,60$ m, $H_1 = H_5 = 0,50$ m, e para a espessura das cortinas e paredes da câmara de sedimentação quatro vezes menor do que as da caixa do tanque.

TABELA N.º II

Valores de K_g em função de N e de ε

ε	Número de Tanques Geminados — N —				
	1	2	3	4	5
2,00	6,0031	6,3299	6,5062	6,6212	6,6893
2,10	5,8660	6,1859	6,3584	6,4711	6,5377
2,20	5,7421	6,0551	6,2241	6,3348	6,4000
2,30	5,6282	5,9356	6,1014	6,2101	6,2740
2,40	5,5251	5,8261	5,9890	6,0960	6,1584
2,50	5,4296	5,7253	5,8855	5,9909	6,0526
2,60	5,3416	5,6323	5,7900	5,8940	5,9547
2,70	5,2599	5,5461	5,7016	5,8041	5,8639
2,80	5,1842	5,4661	5,6195	5,7208	5,7797
2,90	5,1137	5,3917	5,5431	5,6432	5,7013
3,00	5,0478	5,3221	5,4717	5,5707	5,6281
3,10	4,9864	5,2573	5,4051	5,5030	5,5598
3,20	4,9285	5,1962	5,3424	5,4394	5,4955
3,30	4,8741	5,1387	5,2834	5,3795	5,4350
3,40	4,8232	5,0849	5,2282	5,3234	5,3784
3,50	4,7751	5,0341	5,1761	5,2705	5,3249
3,60	4,7298	4,9863	5,1270	5,2207	5,2746
3,70	4,6869	4,9410	5,0805	5,1734	5,2268
3,80	4,6462	4,8981	5,0364	5,1287	5,1816
3,90	4,6073	4,8569	4,9943	5,0858	5,1383
4,00	4,5706	4,8182	4,9545	5,0455	5,0976
4,10	4,5357	4,7814	4,9166	5,0070	5,0587
4,20	4,5025	4,7463	4,8806	4,9705	5,0218
4,30	4,4710	4,7130	4,8465	4,9358	4,9868
4,40	4,4406	4,6810	4,8136	4,9024	4,9531
4,50	4,4114	4,6501	4,7819	4,8703	4,9206
4,60	4,3839	4,6211	4,7521	4,8400	4,8900
4,70	4,3576	4,5933	4,7236	4,8110	4,8607
4,80	4,3318	4,5661	4,6957	4,7827	4,8321
4,90	4,3077	4,5407	4,6696	4,7562	4,8053
5,00	4,2843	4,5159	4,6442	4,7303	4,7792
5,10	4,2619	4,4923	4,6199	4,7058	4,7544
5,20	4,2402	4,4693	4,5964	4,6818	4,7302
5,30	4,2196	4,4476	4,5740	4,6591	4,7073
5,40	4,1995	4,4264	4,5523	4,6371	4,6850
5,50	4,1800	4,4058	4,5312	4,6156	4,6634
5,60	4,1617	4,3865	4,5113	4,5955	4,6430
5,70	4,1434	4,3671	4,4915	4,5753	4,6226
5,80	4,1262	4,3490	4,4728	4,5564	4,6035
5,90	4,1096	4,3315	4,4548	4,5381	4,5851
6,00	4,0936	4,3145	4,4375	4,5205	4,5672

Obs.: Esta Tabela foi feita para $\text{tg } \gamma = 0,5$ e $\alpha = 50^\circ$, e para a espessura das cortinas e paredes da câmara de sedimentação quatro vezes menor do que as da caixa do tanque.

TABELA N.º III

Valores de K'_2 em Função de N e de ϵ

ϵ	Número de Tanques Geminados — N —				
	1	2	3	4	5
2,00	18,000	12,126	10,347	9,4870	8,9854
2,10	18,900	12,732	10,864	9,9614	9,4347
2,20	19,800	13,338	11,382	10,436	9,8839
2,30	20,700	13,944	11,899	10,910	10,333
2,40	21,600	14,551	12,416	11,384	10,783
2,50	22,500	15,157	12,934	11,859	11,232
2,60	23,400	15,763	13,451	12,333	11,681
2,70	24,300	16,370	13,968	12,808	12,130
2,80	25,200	16,976	14,486	13,282	12,580
2,90	26,100	17,582	15,003	13,756	13,029
3,00	27,000	18,188	15,520	14,231	13,478
3,10	27,900	18,795	16,038	14,705	13,927
3,20	28,800	19,401	16,555	15,179	14,377
3,30	29,700	20,007	17,072	15,654	14,826
3,40	30,600	20,614	17,590	16,128	15,275
3,50	31,500	21,220	18,107	16,602	15,725
3,60	32,400	21,826	18,624	17,077	16,174
3,70	33,300	22,432	19,142	17,551	16,623
3,80	34,200	23,039	19,659	18,025	17,072
3,90	35,100	23,645	20,176	18,500	17,522
4,00	36,000	24,251	20,694	18,974	17,971
4,10	36,900	24,858	21,211	19,448	18,420
4,20	37,800	25,464	21,728	19,923	18,869
4,30	38,700	26,070	22,246	20,397	19,319
4,40	39,600	26,676	22,763	20,871	19,768
4,50	50,500	27,283	23,280	21,346	20,217
4,60	41,400	27,889	23,798	21,820	20,666
4,70	42,300	28,495	24,315	22,295	21,116
4,80	43,200	29,101	24,832	22,769	21,565
4,90	44,100	29,708	25,350	23,243	22,014
5,00	45,000	30,314	25,867	23,718	22,464
5,10	45,900	30,920	26,384	24,192	22,913
5,20	46,800	31,527	26,902	24,666	23,362
5,30	47,700	32,133	27,419	25,141	23,811
5,40	48,600	32,739	27,936	25,615	24,261
5,50	49,500	33,345	28,454	26,089	24,710
5,60	50,400	33,952	28,971	26,564	25,159
5,70	51,300	34,558	29,488	27,038	25,608
5,80	52,200	35,164	30,006	27,512	26,058
5,90	53,100	35,771	30,522	27,987	26,507
6,00	54,000	36,377	31,040	28,461	26,956

Obs.: Esta tabela foi feita para a espessura das cortinas e paredes da câmara de sedimentação quatro vezes menor do que as da caixa do tanque.

TABELA N.º IV

Valores de K''_2 e de $\cos^{-1} \beta$ em Função de N

Número de Tanque Geminados — N —	K''_2	$\cos^{-1} \beta$
1	8,0000	1,1180
2	6,9284	1,2019
3	6,5320	1,2500
4	6,3246	1,2806
5	6,1968	1,3017

Obs.: a mesma da Tabela N.º III. Os valores de $\cos^{-1} \beta$ são dados a partir de $\text{tg } \gamma = 0,50$.

TABELA N.º V

Valores de D_1 em Função de N e de ε

ε	Número de Tanques Geminados — N —				
	1	2	3	4	5
2,00	4,3954	3,5275	3,1940	3,0121	2,9080
2,10	4,5956	3,6859	3,3365	3,1459	3,0369
2,20	4,7892	3,8385	3,4748	3,2754	3,1615
2,30	4,9784	3,9886	3,6087	3,4011	3,2827
2,40	5,1594	4,1329	3,7388	3,5229	3,4004
2,50	5,3365	4,2738	3,8652	3,6415	3,5140
2,60	5,5079	4,4100	3,9876	3,7560	3,6243
2,70	5,6746	4,5425	4,1063	3,8675	3,7316
2,80	5,8361	4,6709	4,2217	3,9755	3,8360
2,90	5,9933	4,7954	4,3334	4,0801	3,9367
3,00	6,1460	4,9167	4,4424	4,1821	4,0349
3,10	6,2939	5,0336	4,5477	4,2808	4,1297
3,20	6,4377	5,1480	4,6502	4,3770	4,2224
3,30	6,5781	5,2595	4,7502	4,4703	4,3123
3,40	6,7134	5,3672	4,8472	4,5605	4,3993
3,50	6,8445	5,4719	4,9410	4,6489	4,4841
3,60	6,9744	5,5733	5,0318	4,7340	4,5661
3,70	7,0980	5,6722	5,1206	4,8169	4,6460
3,80	7,2191	5,7681	5,2068	4,8977	4,7237
3,90	7,3383	5,8626	5,2916	4,9770	4,8000
4,00	7,4531	5,9539	5,3734	5,0535	4,8736
4,10	7,5651	6,0424	5,4531	5,1279	4,9456
4,20	7,6742	6,1289	5,5306	5,2004	5,0152
4,30	7,7796	6,2131	5,6054	5,2707	5,0830
4,40	7,8835	6,2952	5,6793	5,3397	5,1490
4,50	7,9854	6,3761	5,7520	5,4075	5,2147
4,60	8,0834	6,4536	5,8218	5,4725	5,2771
4,70	8,1783	6,5291	5,8893	5,5363	5,3381
4,80	8,2736	6,6047	5,9569	5,5991	5,3988
4,90	8,3637	6,6760	6,0210	5,6590	5,4565
5,00	8,4532	6,7474	6,0846	5,7184	5,5139
5,10	8,5400	6,8156	6,1465	5,7758	5,5691
5,20	8,6252	6,8838	6,2070	5,8331	5,6244
5,30	8,7074	6,9489	6,2658	5,8877	5,6766
5,40	8,7888	7,0132	6,3233	5,9413	5,7286
5,50	8,8689	7,0768	6,3801	5,9949	5,7798
5,60	8,9454	7,1380	6,4348	6,0452	5,8284
5,70	9,0227	7,1984	6,4894	6,0966	5,8779
5,80	9,0958	7,2568	6,5418	6,1453	5,9250
5,90	9,1677	7,3135	6,5927	6,1933	5,9707
6,00	9,2373	7,3691	6,6422	6,2394	6,0153

Obs.: Esta Tabela foi feita diretamente dos valores constantes das Tabelas N.º I e N.º II.

TABELA N.º VI

Valores de D_2 em Função de N e de ε

ε	Número de Tanques Geminados — N —				
	1	2	3	4	5
2,00	13,853	7,1041	5,3296	4,5215	4,0920
2,10	15,095	7,7236	5,7888	4,9088	4,4404
2,20	16,345	8,3490	6,2519	5,2965	4,7900
2,30	17,613	8,9788	6,7160	5,6873	5,1419
2,40	18,872	9,6092	7,1846	6,0790	5,4959
2,50	20,142	10,245	7,6530	6,4734	5,8480
2,60	21,412	10,877	8,1212	6,8643	6,2001
2,70	22,668	11,512	8,5868	7,2565	6,5528
2,80	23,950	12,143	9,0528	7,6458	6,9046
2,90	25,216	12,771	9,5147	8,0329	7,2519
3,00	26,471	13,397	9,9764	8,4190	7,5999
3,10	27,721	14,016	10,433	8,8027	7,9429
3,20	28,962	14,632	10,887	9,1827	8,2845
3,30	30,197	15,248	11,338	9,5576	8,6238
3,40	31,416	15,857	11,787	99,293	8,9570
3,50	32,628	16,452	12,226	10,299	9,2886
3,60	33,837	17,045	12,547	10,661	9,6149
3,70	35,004	17,631	13,090	11,020	9,9380
3,80	36,170	18,209	13,516	11,377	10,257
3,90	37,341	18,786	13,940	11,730	10,574
4,00	38,483	19,353	14,355	12,078	10,886
4,10	39,617	19,913	14,767	12,419	11,196
4,20	40,735	20,464	15,171	12,757	11,498
4,30	41,832	21,012	15,568	13,090	11,797
4,40	42,925	21,549	15,963	13,420	12,091
4,50	44,003	22,085	16,358	13,747	12,388
4,60	45,065	22,305	16,742	14,066	12,672
4,70	46,099	23,117	17,116	14,382	12,953
4,80	47,130	23,637	17,496	14,695	13,236
4,90	48,154	24,132	17,858	14,998	13,508
5,00	49,648	24,634	18,223	15,301	13,781
5,10	50,147	25,115	18,583	15,597	14,047
5,20	51,126	25,603	18,934	15,896	14,316
5,30	52,079	26,074	19,280	16,183	14,569
5,40	53,035	26,538	19,621	16,465	14,826
5,50	53,982	27,009	19,962	16,751	15,083
5,60	54,890	27,467	20,292	17,023	15,326
5,70	55,819	27,915	20,627	17,300	15,576
5,80	56,706	28,350	20,950	17,568	15,817
5,90	57,581	28,779	21,261	17,831	16,052
6,00	58,433	29,200	21,570	18,088	16,280

Obs.: Esta Tabela foi feita diretamente dos valores constantes das Tabelas N.º I e N.º II.

TABELA N.º VII

Valores de D_3 em Função de N e de ϵ

ϵ	Número de Tanques Geminados — N —				
	1	2	3	4	5
2,00	19,845	7,2879	4,7358	3,7007	3,1862
2,10	22,573	8,2619	5,3608	4,1860	3,6014
2,20	25,434	9,2854	6,0169	4,6917	4,0351
2,30	28,450	10,356	6,6992	5,2204	4,4879
2,40	31,555	11,465	7,4122	5,7690	4,9592
2,50	34,801	12,621	8,1488	6,3395	5,4431
2,60	38,136	13,808	8,9082	6,9222	5,9422
2,70	41,577	15,034	9,6851	7,5232	6,4563
2,80	45,111	16,286	10,484	8,1373	6,9833
2,90	48,738	17,566	11,296	8,7631	7,5165
3,00	52,420	18,875	12,127	9,4023	8,0641
3,10	56,178	20,197	12,971	10,052	8,6163
3,20	59,993	21,543	13,826	10,710	9,1780
3,30	63,872	22,918	14,695	11,373	9,7477
3,40	67,775	24,298	15,576	12,042	10,318
3,50	71,734	25,686	16,452	12,722	10,896
3,60	75,759	27,086	17,327	13,399	11,475
3,70	79,712	28,495	18,230	14,080	12,059
3,80	83,727	29,906	19,126	14,771	12,644
3,90	87,826	31,341	20,033	15,464	13,235
4,00	91,886	32,769	20,933	16,156	13,825
4,10	95,980	34,201	21,841	16,845	14,419
4,20	100,07	35,632	22,745	17,537	15,008
4,30	104,14	37,071	23,642	18,230	15,596
4,40	108,25	38,502	24,549	18,921	16,183
4,50	112,35	39,949	25,465	19,619	16,782
4,60	116,44	41,367	26,368	20,305	17,362
4,70	120,47	42,780	27,255	20,993	17,944
4,80	124,62	44,233	28,168	21,683	18,534
4,90	128,62	45,628	29,048	22,356	19,110
5,00	132,68	47,061	29,941	23,037	19,692
5,10	136,68	48,446	30,833	23,708	20,263
5,20	140,71	49,864	31,711	24,394	20,849
5,30	144,66	51,245	32,585	25,058	21,405
5,40	148,66	52,621	33,454	25,716	21,973
5,50	152,66	54,028	34,329	26,388	22,546
5,60	156,53	55,409	35,184	27,033	23,093
5,70	160,52	56,760	36,057	27,699	23,661
5,80	164,36	58,099	36,908	28,341	24,211
5,90	168,18	59,424	37,732	28,982	24,750
6,00	171,93	60,732	38,558	29,611	25,286

Obs.: Esta Tabela foi feita diretamente dos valores constantes das Tabelas N.º I e N.º II.

TABELA N.º VIII

Valores de D_4 em Função de N e de ε

ε	Número de Tanques Geminados — N —				
	1	2	3	4	5
2,00	9,4451	5,4283	4,2572	3,6979	3,3962
2,10	10,309	5,9142	4,6347	4,0241	3,6947
2,20	11,179	6,4052	5,0162	4,3521	3,9949
2,30	12,063	6,9003	5,3994	4,6829	4,2977
2,40	12,940	7,3967	5,7859	5,0148	4,6025
2,50	13,828	7,8978	6,1734	5,3492	4,9062
2,60	14,715	8,3972	6,5609	5,6815	5,2102
2,70	15,603	8,8982	6,9472	6,0150	5,5151
2,80	16,489	9,3973	7,3336	6,3466	5,8195
2,90	17,376	9,8940	7,7173	6,6765	6,1206
3,00	18,256	10,390	8,1004	7,0059	6,4221
3,10	19,132	10,880	8,4808	7,3328	6,7197
3,20	20,003	11,369	8,8584	7,6577	7,0167
3,30	20,870	11,857	9,2347	7,9790	7,3114
3,40	21,725	12,338	9,6080	8,2967	7,6016
3,50	22,575	12,814	9,9742	8,6139	7,8902
3,60	23,423	13,285	10,336	8,9241	8,1744
3,70	24,246	13,751	10,696	9,2319	8,4560
3,80	25,067	14,210	11,052	9,5379	8,7344
3,90	25,890	14,671	11,407	9,8416	9,0118
4,00	26,694	15,122	11,754	10,140	9,2839
4,10	27,491	15,567	12,098	10,433	9,5540
4,20	28,278	16,007	12,437	10,724	9,8186
4,30	29,050	16,443	12,769	11,010	10,080
4,40	29,821	16,872	13,101	11,293	10,337
4,50	30,583	17,300	13,431	11,576	10,596
4,60	31,330	17,715	13,753	11,850	10,846
4,70	32,059	18,124	14,067	12,122	11,092
4,80	32,801	18,539	14,386	12,392	11,340
4,90	33,508	18,934	14,690	12,653	11,579
5,00	34,220	19,335	14,996	12,915	11,818
5,10	34,915	19,720	15,297	13,169	12,051
5,20	35,607	20,110	15,593	13,427	12,286
5,30	36,279	20,486	15,883	13,675	12,510
5,40	36,953	20,859	16,172	13,919	12,735
5,50	37,622	21,234	16,458	14,166	12,960
5,60	38,264	21,598	16,736	14,400	13,174
5,70	38,919	21,957	17,016	14,641	13,393
5,80	39,545	22,308	17,287	14,871	13,605
5,90	40,164	22,652	17,551	15,099	13,810
6,00	40,768	22,990	17,810	15,321	14,013

Obs.: Esta Tabela foi feita diretamente dos valores constantes das Tabelas N.º I e N.º II.

TABELAS N.º IX

Valores de D_3 em Função de N e de ϵ

ϵ	Número de Tanques Geminados — N —				
	1	2	3	4	5
2,00	0,74922	0,67386	0,63784	0,61587	0,60338
2,10	0,78462	0,70562	0,66739	0,64475	0,63171
2,20	0,81886	0,73641	0,69700	0,67283	0,65918
2,30	0,85240	0,76632	0,72530	0,70013	0,68594
2,40	0,88445	0,79534	0,75273	0,72655	0,71192
2,50	0,91590	0,82366	0,77947	0,75228	0,73704
2,60	0,94629	0,85115	0,80537	0,77718	0,76141
2,70	0,97593	0,87782	0,83057	0,80115	0,78517
2,80	1,0046	0,90371	0,85499	0,82499	0,80827
2,90	1,0325	0,92878	0,87869	0,84779	0,83066
3,00	1,0597	0,95327	0,90183	0,87004	0,85240
3,10	1,0859	0,97685	0,92417	0,89150	0,87343
3,20	1,1115	1,0000	0,94598	0,91252	0,89405
3,30	1,1366	1,0225	0,96722	0,93299	0,91401
3,40	1,1060	1,0442	0,98777	0,95267	0,93339
3,50	1,1841	1,0655	1,0078	0,97204	0,95226
3,60	1,2070	1,0859	1,0272	0,99067	0,97050
3,70	1,2291	1,1060	1,0460	1,0089	0,98829
3,80	1,2507	1,1254	1,0644	1,0265	1,0056
3,90	1,2720	1,1445	1,0825	1,0439	1,0227
4,00	1,2925	1,1631	1,1000	1,0606	1,0390
4,10	1,3124	1,1810	1,1169	1,0770	1,0551
4,20	1,3319	1,1985	1,1335	1,0929	1,0706
4,30	1,3506	1,2156	1,1494	1,1083	1,0857
4,40	1,3692	1,2322	1,1652	1,1234	1,1005
4,50	1,3875	1,2487	1,1807	1,1383	1,1152
4,60	1,4049	1,2644	1,1956	1,1526	1,1291
4,70	1,4218	1,2797	1,2101	1,1666	1,1428
4,80	1,4389	1,2951	1,2245	1,1804	1,1564
4,90	1,4550	1,3095	1,2382	1,1935	1,1693
5,00	1,4710	1,3240	1,2519	1,2066	1,1821
5,10	1,4865	1,3379	1,2650	1,2192	1,1944
5,20	1,5018	1,3517	1,2780	1,2318	1,2067
5,30	1,5164	1,3649	1,2906	1,2438	1,2185
5,40	1,5309	1,3781	1,3029	1,2556	1,2301
5,50	1,5452	1,3909	1,3150	1,2674	1,2416
5,60	1,5590	1,4032	1,3267	1,2784	1,2525
5,70	1,5727	1,4157	1,3384	1,2897	1,2636
5,80	1,5858	1,4276	1,3496	1,2999	1,2741
5,90	1,5987	1,4391	1,3606	1,3111	1,2843
6,00	1,6112	1,4505	1,3711	1,3212	1,2944

Obs.: Esta Tabela foi feita diretamente dos valores constantes da Tabela N.º II.

TABELA N.º X

Valores de $(-A_1) = R^2_1$ em Função de N e de ε

ε	Número de Tanques Geminados — N —				
	1	2	3	4	5
2,00	2,1489	1,5388	1,3329	1,2277	1,1679
2,10	2,2431	1,6045	1,3891	1,2792	1,2166
2,20	2,3342	1,6682	1,4436	1,3287	1,2636
2,30	2,4230	1,7300	1,4962	1,3769	1,3092
2,40	2,5081	1,7897	1,5475	1,4235	1,3535
2,50	2,5911	1,8480	1,5972	1,4689	1,3962
2,60	2,6716	1,9041	1,6453	1,5127	1,4376
2,70	2,7496	1,9589	1,6918	1,5553	1,4779
2,80	2,8254	2,0119	1,7371	1,5964	1,5171
2,90	2,8992	2,0632	1,7809	1,6364	1,5548
3,00	2,9705	2,1132	1,8236	1,6752	1,5916
3,10	3,0398	2,1615	1,8649	1,7130	1,6272
3,20	3,1071	2,2085	1,9050	1,7495	1,6618
3,30	3,1727	2,2545	1,9441	1,7849	1,6955
3,40	3,2360	2,2989	1,9822	1,8193	1,7279
3,50	3,2979	2,3418	2,0187	1,8529	1,7596
3,60	3,3584	2,3836	2,0541	1,8851	1,7902
3,70	3,4158	2,4243	2,0889	1,9166	1,8201
3,80	3,4723	2,4636	2,1226	1,9474	1,8491
3,90	3,5280	2,5024	2,1556	1,9774	1,8775
4,00	3,5816	2,5399	2,1874	2,0065	1,9050
4,10	3,6340	2,5764	2,2186	2,0346	1,9318
4,20	3,6849	2,6118	2,2488	2,0621	1,9578
4,30	3,7342	2,6465	2,2780	2,0889	1,9830
4,40	3,7826	2,6801	2,3068	2,1150	2,0076
4,50	3,8299	2,7133	2,3351	2,1407	2,0321
4,60	3,8758	2,7450	2,3624	2,1653	2,0552
4,70	3,9200	2,7759	2,3886	2,1895	2,0779
4,80	3,9645	2,8070	2,4149	2,2133	2,1005
4,90	4,0064	2,8362	2,4398	2,2359	2,1220
5,00	4,0481	2,8656	2,4646	2,2584	2,1433
5,10	4,0885	2,8934	2,4888	2,2801	2,1638
5,20	4,1282	2,9214	2,5122	2,3019	2,1845
5,30	4,1665	2,9481	2,5351	2,3226	2,2037
5,40	4,2046	2,9741	2,5574	2,3427	2,2231
5,50	4,2420	3,0005	2,5796	2,3630	2,2422
5,60	4,2775	3,0259	2,6008	2,3821	2,2602
5,70	4,3135	3,0503	2,6221	2,4014	2,2786
5,80	4,3476	3,0741	2,6426	2,4199	2,2961
5,90	4,3811	3,0973	2,6621	2,4380	2,3131
6,00	4,4134	3,1198	2,6814	2,4555	2,3296

Obs.: Esta Tabela foi feita diretamente dos valores constantes das Tabelas N.º I e II.