

Flow With Constant Specific Head In Rectangular and Trapezoidal Channels

Escoamento com Carga Específica Constante nos Canais Retangulares e Trapezoidais

ALFREDO BANDINI

Professor Catedrático da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, Professor da Faculdade de Engenharia Industrial da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Consultor Técnico do Departamento de Águas e Energia Elétrica da Secretaria de Viação e Obras Públicas de S. Paulo.

SWAMI MARCONDES VILLELA

Assistente da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

SUMMARY

The study of flow conditions in channels, in relation to specific head, requires the elaboration of complicated calculations.

In this memory, we have transformed the usual formulae into adimensional functions and organized tables, which allow rapid calculations without lessening the precision of the results.

1 — Let us consider a trapezoidal channel (FIG. 1) with a floor slope i in which we have a uniform turbulent flow with a discharge Q . We denote respectively as x and $\omega(x)$ water depth and cross section and

RESUMO

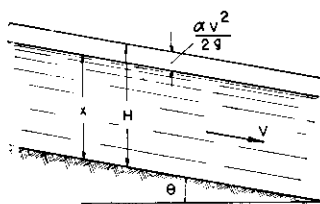
O estudo das condições de escoamento em canais, em relação à carga específica, exige a elaboração de cálculos bastante laboriosos. Na presente memória, transformamos as fórmulas usuais em funções adimensionais e organizamos Tabelas e Gráficos, que permitem a execução de cálculos rápidos, sem afetar a exatidão dos resultados.

Consideremos (FIG. 1) um canal trapezoidal, de declividade longitudinal i , onde se escoa uma vazão Q com regime turbulento uniforme. Indiquemos, respectivamente, por x e $\omega(x)$ a altura d'água e a secção molhada e por:

$$V = \frac{Q}{\omega}$$

as the average speed in ω .

a velocidade média em ω .



$$i = \text{sen } \theta$$

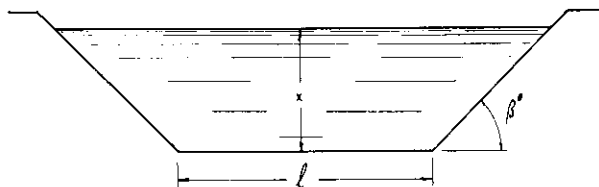


FIG. 1

Being α CORIOLIS' coefficient, the specific head of the flow H , in relation to the floor, is:

$$H = x + \frac{\alpha Q^2}{2g \omega^2} \quad (1)$$

If we fix $H = H_0$ and call

$$K = \sqrt{\frac{2g}{\alpha}}$$

it follows that:

$$Q = K (H_0 - x)^{1/2} \quad \omega = Q [x; \omega (x)] \quad (2)$$

function exclusively of x . As we know, equation (2) is represented by a curve whose form is shown in FIG. 2, having a maximum Q_M for the critical height x_c . Except this case, for any value:

$$0 \leq Q \leq Q_M$$

there are two heights at which the flow may take place, i.é., $x_1 < x_c$ and $x_2 > x_c$, corresponding to the conditions of *rapid* and *tranquil* flow.

To determine $x(Q)$, we have to draw the curve of FIG. 2 by points. This process will give rise to complicated calculations, if we wish to proceed rigorously and, much more, when the calculations have to be repeated for channels of different sizes.

Sendo α o coeficiente de CORIOLIS, a carga específica H da corrente, em relação ao plano de fundo, resulta igual a:

Supondo-se fixar $H = H_0$, e posto:

tira-se:

função exclusivamente de x . Como se sabe, a (2) é representada por uma curva da forma indicada na FIG. 2, tendo um máximo Q_M para a altura crítica x_c . Com exceção deste caso, para cada valor:

a (2) é satisfeita por duas alturas, isto é, $x_1 < x_c$ e $x_2 > x_c$, correspondentes às condições de corrente: *veloz* e *lenta*.

Para determinar os valores $x(Q)$, é preciso traçar por pontos a curva da FIG. 2. Esse processo torna-se bastante laborioso, se se quiser proceder com um certo rigor e, muito mais, quando se deva repetir os cálculos para canais de dimensões diferentes.

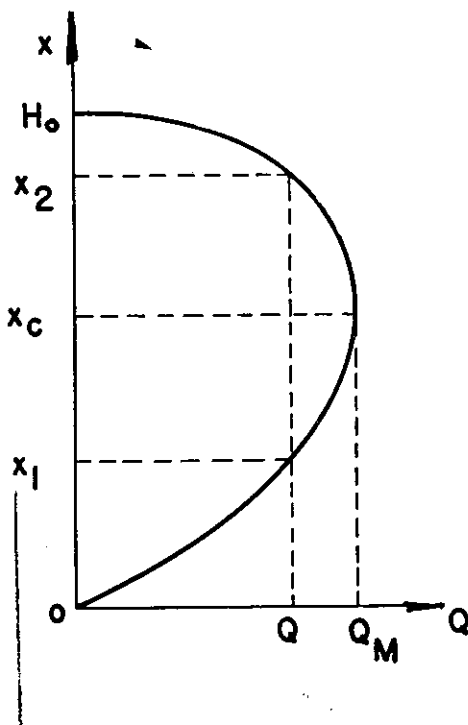


FIG. 2

However with the present study, we will modify the classical formulae, introducing adimensional elements "parameters of form", which allows to extend, to the cases in consideration, the methods proposed by BANDINI, to transform substantially CHEZY's formula and others of the critical state flow [I] [II] [III].

2 — Trapezoidal cross section is defined by two adimensional parameters, i.e., (FIG. 1):

$$z = \frac{l}{x} \tag{3}$$

$$q_0 = \cotg \beta \tag{4}$$

But

Por outra parte:

$$\omega = l \cdot x + q_0 x^2$$

Hence, on replacing the expression (3) of x :

Logo, substituindo-se a expressão de x dada pela (3):

$$\omega = \frac{l^2}{z^2} (z + q_0) \tag{5}$$

Let us consider now the equation

Consideremos agora a relação:

$$\eta = \frac{l}{H_0} \tag{6}$$

Taking in account (5) and (6), the equation (2) will become:

Levando em conta as (5) e (6), a equação (2) tornar-se-á:

$$\frac{Q}{k \cdot l^{2,5}} = \frac{z + q_0}{z^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2} \right) = f(z, q_0) \tag{7}$$

The second member of (7) depends only on adimensional parameters, i.e., since we fix q_0 , on z and η .

O segundo membro da (7) depende apenas de parâmetros adimensionais, isto é, uma vez fixado q_0 , de z e η .

We remember that x varies between the limits:

Recordamos que a x varia dentro dos limites:

$$0 \leq x \leq H_0 \tag{8}$$

the uppermost limit corresponding to the condition of liquid at rest. Hence, we have (3) and (6):

sendo que o limite superior corresponde à condição de líquido em repouso. Consequentemente, ter-se-á (3) e (6):

$$\infty \geq z \geq \eta \tag{9}$$

When $\eta = \eta_0$ is fixed, equation (7) has its maximum for:

Uma vez fixado $\eta = \eta_0$, a (7) tem o máximo, para:

$$z_c = \frac{l}{x_c}$$

i. é, for the value of z corresponding to critical depth x_c .

If we write for greater convenience of calculation

$$y = \frac{l}{z} = \frac{x}{l_0} \quad (11)$$

equation (7) takes the equivalent form

$$(y + q_0 y^2) \left(\frac{l}{r_0} - y \right)^{1/2} = f(y) \quad (7')$$

Thus we have

$$\frac{df}{dy} = \left(\frac{l}{r_0} - y \right)^{1/2} (1 + 2q_0 y) - \frac{1}{2} (y + q_0 y^2) \left(\frac{l}{r_0} - y \right)^{-1/2} = 0 \quad (12)$$

Hence

$$\frac{l}{r_0} = \frac{H_0}{l} = y + \frac{1}{2} \frac{y + q_0 y^2}{1 + 2q_0 y} = F(y) \quad (12')$$

The value

$$y = y_c = \frac{l}{z_c} = \frac{x_c}{l} \quad (13)$$

is that which identifies the function $F(y)$ with the rate $(H_0 : l)$.

To formula (12'), BANDINI had already arrived, treating critical state flow problem [II] [III]. The same Author organized a Table which supplies directly the values of the function, for opportunely chosen series of values q_0 and y .

3 — Equation (7) on taking in account borderline conditions (8) and (9) allowed to organize systematic calculations whose results, collected in Tables and Diagrams, make possible the performance of rapid calculations, attaining the degree of approximation required for the solution of technical problems.

Based on practical considerations, we have fixed for q_0 , z , r_0 , the variation's intervals, which in PROSPECT N.º 1 are indicated.

isto é, para o valor de z que corresponde à altura crítica x_c .

Posto, para maior comodidade de cálculo:

a (7) poderá ser escrita na forma equivalente:

Logo, teremos:

Dai:

O valor:

é, por sinal, aquele que identifica a função $F(y)$ com a relação $(H_0 : l)$.

A expressão (12'), BANDINI já tinha chegado, tratando o problema do escoamento com regime crítico [II] [III]. O mesmo Autor organizou uma Tabela que fornece diretamente os valores da função, para séries de valores q_0 e y oportunamente escolhidos.

3 — A equação (7), levando em conta as condições limites (8) e (9), permitiu organizar determinações sistemáticas, cujos resultados, reunidos em Tabelas e Diagramas, tornam possível a execução de cálculos rápidos, atingindo o grau de aproximação exigida para a solução dos problemas técnicos.

Baseando em considerações de ordem prática, fixamos, para q_0 , z , r_0 , os campos de variação indicados no QUADRO N.º 1.

QUADRO N.º 1 (PROSPECT N.º 1)

Elementos Elements)	Campo de variação (range)		
	de (from)	a (to)	cada (each)
q_0	0	2	0,5
z	0,4	10	—
r_0	0,4	5	0,1

As for z , ist ranges of variation are:

Quanto a z , os intervalos de variação são de:

- 0,1 para (for) $0,4 \leq z \leq 2$
- 0,2 para (for) $2,0 < z \leq 5$
- 0,5 para (for) $5,0 < z \leq 10$

We have enclosed the values z_c too, drawn from the TABLES of [II] and [III] and which correspond to the critical heights, for successive values of η .

sendo que foram incluídos também os valores z_c tirados das TABELAS de [II] e [III], correspondentes às alturas críticas, para os sucessivos valores de η .

The results were collected in the TABLES and GRAPHS reported in PROSPECT N.º 2.

Os resultados estão consubstanciados nas TABELAS e GRÁFICOS, referidos no QUADRO N.º 2.

QUADRO N.º 2
Prospect n. 2

q_0	TABELAS Tables	GRÁFICOS Graphs
0,0	1	1
0,5	2	2
1,0	3	3
1,5	4	4
2,0	5	5

Condition $q_0 = 0$ corresponds to rectangular cross sections.

A condição $q_0 = 0$ corresponde às secções retangulares.

We have to observe that, because of typesetting, original GRAPHS suffered great photographic reduction; thus, we have some zones, in which the reading is difficult. In this circumstances, we suggest to use exclusively the TABLES, when the value η falls upon one of those fixed. Meanwhile, when necessary to interpolate between two contiguous curves, it shall be convenient to draw them in adequate scale, limited between two values of z which contain that calculated apromately with the diagrams.

Observamos que, por motivos de ordem tipográfica, os Gráficos originais sofreram uma sensível redução na fotografia, tendo-se algumas zonas em que as leituras tornam-se incertas. Nestas circunstâncias, sugere-se o uso exclusivo das TABELAS, quando o valor de η coincide com um dos fixados. Se, entretanto, for necessário interpolar entre duas curvas contíguas, será conveniente desenhar, em escala adequada, as mesmas, limitadas entre dois valores de z que compreendem aquêle determinado em primeira aproximação pelo GRÁFICO.

4 — The problems that refer to the present argument depend upon four variables Q, l, z, η .

4 — Os casos referentes ao argumento em tela, dependem, pois, das quatro variáveis Q, l, z, η .

The possible hydraulically determined problems are only four, since three elements, which we will indicate by the indice O , have to be known to obtain the fourth univocally.

Os problemas hidráulicamente determinados possíveis, são apenas quatro, sendo que devem ser conhecidos três elementos, que distinguiremos pelo índice O , para que o quarto resulte de maneira unívoca.

So, we will have the following combinations:

Ter-se-ão ,pois, as combinações seguintes:

- a) — $Q \quad l_0 \quad z_0 \quad \eta_0$
- b) — $Q_0 \quad l \quad z_0 \quad \eta_0$
- c) — $Q_0 \quad l_0 \quad z \quad \eta_0$
- d) — $Q_0 \quad l_0 \quad z_0 \quad \eta$

and the solutions below indicated.

$$\text{Case a) — } Q = k l_o^{2,5} f(z_o, \eta_o). \quad (14)$$

We determine $f(z_o, \eta_o)$ both using the Tables or the Graphs.

$$\text{Case b) — } l = \left[\frac{Q_o}{k f(z_o, \eta_o)} \right]^{0,4} \quad (15)$$

For the function, the considerations about the case a) are valid.

Case c) — Let us calculate

$$f(z, \eta_o) = \frac{Q_o}{k l_o^{2,5}} \quad (14')$$

Afterwards we determine z from the Tables or Graphs.

Case d) — Let us calculate

$$f(z, \eta_o) = \frac{Q_o}{k l_o^{2,5}} \quad (15')$$

we find η in the Tables or Graphs.

We have to add, now, that the mutual relation among Q , cross section geometrical elements, longitudinal floor slope i , under conditions of uniform flow, is fixed by BANDINI's formula [III], from where we obtain i :

$$i = \left(\frac{n, Q}{R, x^{8/3}} \right)^2 \quad (16)$$

where, as we know, n is GANGUILLET-KUTTER coefficient and $R = f(z_o, q_o)$ the coefficient of form whose values were previously collected in Table [III].

5 — The problem is *hydraulically indetermined* when only two elements are given, and we may choose, for the others two, different values in function of the particular conditions of each case

The use of the Graphs and the help of the Tables, however, contribute to orientate the solution, reducing the indetermination field. Now, let us examine the possible occurrences:

a) — We have Q_o and l_o .

We calculate by (14):

$$\frac{Q_o}{k l_o^{2,5}} = A_o = f(z, \eta) \quad (17)$$

e as correspondentes soluções indicadas a seguir.

$$\text{Caso a) — } Q = k l_o^{2,5} f(z_o, \eta_o). \quad (14)$$

A determinação de $f(z_o, \eta_o)$ será feita, indiferentemente, pelas Tabelas e pelos Gráficos.

$$\text{Caso b) — } l = \left[\frac{Q_o}{k f(z_o, \eta_o)} \right]^{0,4} \quad (15)$$

Valem, para a função, as considerações do caso a).

Caso c) — Calcula-se:

$$f(z, \eta_o) = \frac{Q_o}{k l_o^{2,5}} \quad (14')$$

Em seguida, entrando nas Tabelas ou Gráficos, determina-se z .

Caso d) — Calcula-se:

e, entrando nas Tabelas ou Gráficos, objetiva-se η .

Cabe-nos acrescentar, agora, que para estabelecer a correlação entre Q , os elementos geométricos da secção transversal e a declividade longitudinal i , na condição de "regime uniforme", dispomos da fórmula de BANDINI [III], isto é, evidenciando i :

onde, como se sabe, n é o coeficiente de GANGUILLET-KUTTER e $R = f(z_o, q_o)$ o "coeficiente de forma", cujos valores estão já tabelados [III].

5 — O problema apresenta-se *hidraulicamente indeterminado*, quando são dados apenas dois elementos, tendo-se a possibilidade de tomar para os outros dois, valores diversos e escolher, em seguida, conforme as condições particulares de cada caso.

O uso dos Gráficos e o auxílio das Tabelas, entretanto, contribuem para orientar a solução, limitando sensivelmente o campo da indeterminação. Examinemos, a seguir, as ocorrências possíveis:

a) — São dados: Q_o e l_o .

Calcula-se pela (14):

The vertical straight line of the equation $A_o = const.$ objectifies the conjugated pairs of values $z_{r'i}$ (*rapid flow*), $z_{z'i}$ (*tranquil flow*) corresponding to each r_i which satisfies the eq. (16).

b) — We have Q_o and z_o .

The straight line $z_o = const.$ will cut the curves $r_i = const.$ at the points of abscissa $f(z_o, r_i)$; since:

$$l_i = \left[\frac{Q_o}{k f(z_o, r_i)} \right]^{0,4} \quad (18)$$

c) — He have Q_o and r_o .

Having as equation f the vertical lines, cut the curve of given r_o , in pairs of conjugated points $z_{r'i}$ and $z_{z'i}$; to each pair corresponds a channel width:

$$l_i = \left[\frac{Q_o}{k f(z_i, r_i)} \right]^{0,4} \quad (19)$$

where the indice i indicates the i^{th} . vertical.

d) — Given l_o and z_o .

By the same way as in case b), we obtain:

$$Q_i = k l_o^{2,5} f(z_o, r_i) \quad (20)$$

e) — We have l_o and r_o .

By the same way as in case c), we obtain:

$$Q_i = k l_o^{2,5} f(z_i, r_o) \quad (21)$$

f) — We have z_o and r_o .

Using the equation (7) we can obtain different solutions by fixing values for l_i or Q_i .

5 — Numerical examples given below will indicate the procedure for the application of the indicated process.

Example one: (See FIG. n. 3)

Given :

$$\begin{aligned} Q_o &= 36,9 \text{ m}^3/\text{seg} \text{ (m}^3 \text{ per sec.)} \\ l_o &= 4,00 \text{ m} \\ v_o &= 4,80 \text{ m} \\ x_o &= 3,20 \text{ m} \\ q_o &= \cotg 45^\circ = 1 \\ \alpha &= 1 \text{ (coef. de CORIOLIS) (CORIOLIS' coeficient)} \\ p_o &= 0,40 \text{ m} \end{aligned}$$

A reta vertical de equação $A_o = const.$ objetiva os pares de valores conjugados $z_{r'i}$ (*corrente veloz*), $z_{z'i}$ (*corrente lenta*), correspondentes a cada r_i , que satisfaz a (16).

b) — São dados Q_o e z_o .

A reta $z_o = const.$ encontrará as curvas $r_i = const.$ nos pontos de abscissa $f(z_o, r_i)$, tendo-se, pois:

c) — São dados Q_o e r_o .

As semi-retas verticais, tendo por equação f , encontram a curva de r_o dado, em pares de pontos conjugados $z_{r'i}$ e $z_{z'i}$; a cada par corresponde uma largura de canal:

entendendo-se pelo índice i a vertical i -ésima.

d) — São dados l_o e z_o .

Operando como foi feito para o caso b), tira-se:

e) — São dados: l_o e r_o .

Operando como no caso c), tira-se:

f) — São dados: z_o e r_o .

Teremos diferentes soluções fixando l_i ou Q_i e aplicando a (7).

5 — Alguns exemplos numéricos, desenvolvidos a seguir, indicarão dos processos propostos.

Exemplo n.º 1: (vide FIG. n.º 3).

São dados:

$$z_o = \frac{l_o}{x_o} = \frac{4}{3,2} = 1,25$$

$$\omega_o = (q_o + z_o)^2 = 2,25 \times 3,2^2 = 23,04 \text{ m}^2 \text{ (secção molhada) (wet section)}$$

$$H_o = x + \frac{Q^2}{2g \omega_o^2} = 3,2 + \frac{1}{19,62} \left[\frac{36,9}{23,04} \right]^2 = 3,33 \text{ m}$$

$$H'_o = H_o - p_o = 2,93 \text{ m}$$

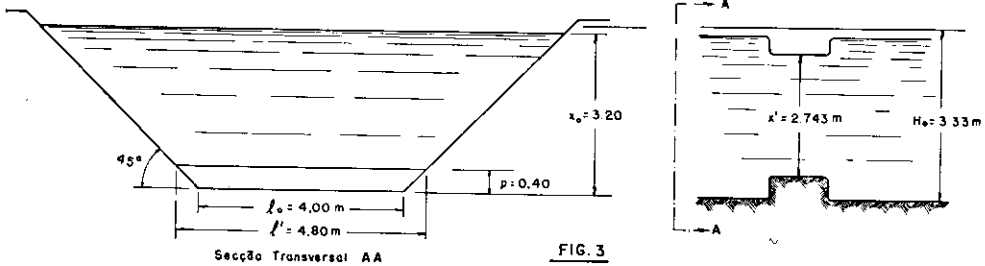
$$r_{1o} = \frac{l_o}{H_o} = \frac{4}{3,33} = 1,2$$

$$\eta'_o = \frac{l_o}{H'_o} = \frac{4,8}{2,93} = 1,638$$

$$k = \sqrt{2g} = 4,43$$

We want to determine the height x' over the bottom jamb.

Queremos determinar a altura x' acima do umbral.



a) — From GRAPH n. 3 ($q_o = 1$) we deduce that for:

a) — Do GRÁFICO n.º 3 ($q_o = 1$) deduzem-se que para:

$$r_{1o} = 1,20$$

$$z_o = 1,25$$

we have a *tranquil flow*.

a corrente é *lenta*.

b) — From formula (7):

b) — Pela fórmula (7):

$$f(z', \eta'_o) = f(z' ; 1,638) = \frac{Q}{k (V'_o)^{2,5}} = \frac{36,9}{4,43 \times 4,8^{2,5}} = 0,165$$

By interpolating (see GRAPH n. 3 and TABLE n. 3) between the curves:

Interpolando (GRÁFICO n.º 3 e TABELA n.º 3) entre as curvas:

$$f(z'; 1,60)$$

$$f(z'; 1,70)$$

we draw: $z' = 1,75$; thus

tira-se: $z' = 1,75$; logo;

$$x' = \frac{V'_o}{z'} = \frac{4,8}{1,75} = 2,743 \text{ m}$$

Over the bottom jamb we have a water surface depression:

Acima do umbral, verifica-se uma depressão da superfície livre de:

$$3,20 - (2,743 + 0,4) = 0,057 \text{ m}$$

c) — To check the degree of approximation of the calculation process, we will confront the value H'_* of the specific head in relation to the surface of the bottom jamb with the value:

c) — Como verificação, sobre o grau de aproximação do processo de cálculo, coparemos o valor H'_* da carga específica em relação à superfície do umbral, com o valor:

$$H'_o = (H_o - p_o) = 2,93 \text{ m.}$$

We will have:

Ter-se-á;

$$\omega' = (z' + q_o)x'^2 = 2,75 \times 2,743^2 = 20,69 \text{ m}^2$$

$$H'_* = 2,743 + \frac{1}{19,61} \left[\frac{36,9}{20,69} \right]^2 = 2,905 \text{ m}$$

$$\frac{H'_o - H'_*}{H'_o} = \frac{2,93 - 2,905}{2,93} = \frac{0,025}{2,93} = 0,0085$$

The approximation degree is satisfactory.

O grau de aproximação é satisfatório.

EXAMPLE N. 2 (See FIG. 4)

EXEMPLO N.º 2 (Vide FIG. 4)

Calculate the height x_v of the rapid flow corresponding to the tranquil flow considered in EXAMPLE 1.

Calcular a altura x_v da corrente veloz correspondente à corrente lenta considerada no EXEMPLO N.º 1.

a) — We can write:

a) — Resulta:

$$f(z_o, \eta_o) = f(1,25 ; 1,2) = \frac{Q_o}{k l_o^{2,5}} = \frac{36,9}{4,43 \times 4^{2,5}} = 0,2603$$

The vertical line which starts from the abscissa 0,2603 cuts (See GRAPH n. 3) the curve $f(z_v, 1,2)$ in a point of a ordinate:

A vertical que passa pela abscissa 0,2603 corta (GRAF. N.º 3) a curva $f(z_v, 1,2)$ em um ponto de ordenada:

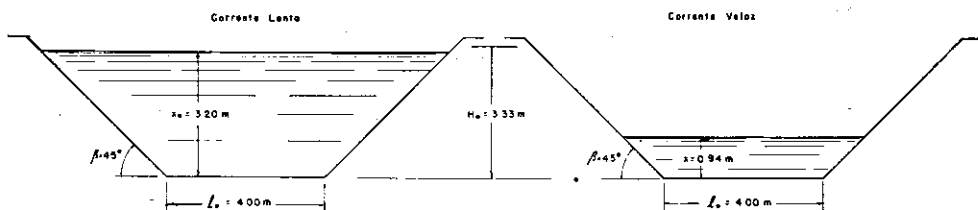
$$3,6 < z_v < 3,8$$

From the TABLE 3 we draw:

Da TABELA N.º 3, depreende-se:

$$f(3,6 ; 1,2) = 0,264$$

$$f(3,8 ; 1,2) = 0,251$$



And, by linear interpolation:

$$\frac{3,6 - z_v}{3,8 - 3,6} = \frac{0,264 - 0,2603}{0,264 - 0,251}$$

Therefore

$$z_v = 3,6565 \quad x_v = \frac{l_o}{z_v} = \frac{4}{3,6565} = 1,094 \text{ m}$$

b) — Confrontation between the specific head H_* of the calculated rapid flow and $H_o = 3,33$ m.

E, pela interpolação linear:

Dai:

$$b) \text{ — Comparação da carga específica } H_*, \text{ da corrente veloz calculada, com } H_o = 3,33 \text{ m.}$$

$$\omega_v = (z_v + q_o)x_v^2 = (3,6565 + 1) \cdot 1,094^2 = 5,5722 \text{ m}^2$$

$$H_* = 1,094 + \frac{1}{19,62} \left(\frac{36,9}{5,5722} \right)^2 = 3,329 \text{ m}$$

$$\frac{H_o - H_*}{H_o} = \frac{3,33 - 3,329}{3,33} = \frac{0,001}{3,33} = 0,003$$

EXAMPLE N. 3 (See FIG. N. 5)

Calculate the rapid flow height x_v corresponding to a tranquil flow for which we have:

EXEMPLO N.º 3 (Vide FIG. N.º 5)

Calcular a altura x_v de corrente veloz, correspondente a uma corrente lenta, para a qual temos os dados seguintes:

$$Q_o = 12,0 \text{ m}^3/\text{seg} \text{ (m}^3 \text{ per sec.)}$$

$$l_o = 2,0 \text{ m}$$

$$x_o = 2,0 \text{ m}$$

$$q_o = 2,$$

$$\alpha = 1 \text{ (CORIOLIS)}$$

$$z_o = \frac{l_o}{x_o} = 1$$

$$\omega_o = (q_o + z_o)x_o^2 = (2 + 1) \cdot 4 = 12 \text{ m}^2$$

$$H_o = x_o + \frac{Q_o^2}{2g \omega_o^2} = 2 + \frac{1}{19,62} \left(\frac{12}{12} \right)^2 = 2,051 \text{ m}$$

$$k = \sqrt{2g} = 4,43$$

$$r_{10} = \frac{l_o}{H_o} = \frac{2}{2,051} = 0,975$$

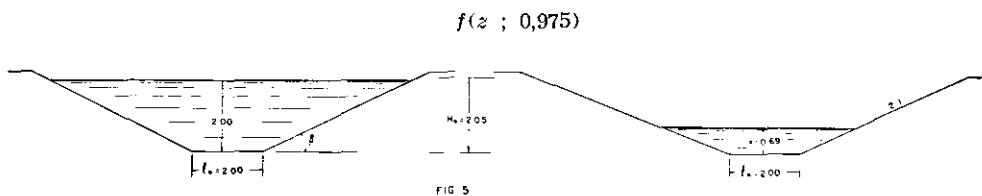
a) — From equation (7') it follows that:

a) — Pela equação (7'), temos:

$$f(z_o, r_{10}) = f(1,0 ; 0,975) = \frac{Q_o}{k_o l^{2,5}} = \frac{12}{4,43 \times 2^{2,5}} = 0,479$$

b) — From the GRAPH N. 5 we draw that the vertical straight line $f_o = 0,479$ cuts the curve:

b) — Do GRÁFICO N.º 5 tira-se que a reta vertical $f_o = 0,749$ corta a curva:



in rapid flow zone, for:

na zona das correntes rápidas, para:

$$z_v = 2,9$$

Hence:

Logo:

$$x_v = \frac{l_o}{z_v} = \frac{2}{2,9} = 0,69 \text{ m}$$

c) — To check, let us confront the rapid flow specific head H_* with $H_o = 2,051 \text{ m}$.

c) — Comparemos, para verificação, a carga específica H_* da corrente rápida com $H_o = 2,051 \text{ m}$.

$$\omega_v = (z_v + q_o)x_v^2 = (2,9 + 2) 0,69^2 = 2,33 \text{ m}^2$$

$$H_v = 0,69 + \frac{1}{19,61} \left(\frac{12}{2,33} \right)^2 = 2,04 \text{ m}$$

$$\frac{H_o - H_*}{H_o} = \frac{2,051 - 2,04}{2,051} = \frac{0,011}{2,051} = 0,0054$$

Bibliografia mencionada na presente Memoria (References)

- [I] — A. BANDINI — Coeficientes dinâmicos e de forma para o cálculo de secções trapezoidais e retangulares — Engenharia — São Paulo — 1952.
- [II] — A. BANDINI — O escoamento nos canais com regime turbulento uniforme, em relação às condições críticas. Engenharia. São Paulo. 1953.
- [III] — A. BANDINI — Hidráulica. Volume I. Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 1957.

TABELA Nº 1 ($q_0 = 0,0$)

continuação

η	Valores de $f(z, \eta)$ para os seguintes valores de (z)																											
	3,904	4,0	4,051	4,199	4,2	4,352	4,4	4,500	4,6	4,649	4,793	4,8	4,950	5,0	5,105	5,255	5,396	5,5	5,537	5,693	5,839	5,978	6,0	6,134	6,287	6,434	6,5	6,579
0,4		0,375			0,358		0,343		0,328			0,315		0,303				0,277					0,255					0,235
0,7		0,271			0,260		0,249		0,239			-		-				-					-					-
1,0		0,216			0,208		0,200		0,192			0,185		0,179				0,164					0,152					0,141
1,5		0,161			0,156		0,151		0,146			0,141		0,137				0,127					0,118					0,110
2,0		0,125			0,122		0,119		0,115			0,112		0,109				0,102					0,096					0,090
2,5		-			-		-		-			0,091		0,089				0,085					0,080					0,078
2,6	0,082	0,092			0,091		0,090		0,089			-		-				-					-					-
2,7		0,087	0,087		0,087		0,086		0,085			-		-				-					-					-
2,8		0,082		0,082	0,082		0,082		0,081			-		-				-					-					-
2,9		0,077			0,078	0,078	0,078		0,078			-		-				-					-					-
3,0		0,072			0,073		0,074	0,074	0,074			0,074		0,073				0,071					0,068					0,065
3,1		0,067			0,069		0,070		0,070	0,071		0,070		0,070				0,068					-					-
3,2		0,062			0,065		0,066		0,067		0,067	0,067		0,067				0,066					-					-
3,3		0,058			0,061		0,062		0,064		0,064	0,064	0,064		0,064			0,063					-					-
3,4		0,052			0,056		0,059		0,060		0,061		0,061	0,061				0,061					-					-
3,5		0,047			0,052		0,055		0,057		0,058		0,058		0,058	0,059		0,059					0,057					0,056
3,6		0,042			0,047		0,051		0,053		0,055		0,056		0,056		0,056	0,056					-					-
3,7		0,036			0,043		0,047		0,050		0,052		0,053		0,053		0,054	0,054	0,054				0,054					0,052
3,8		0,029			0,038		0,043		0,046		0,049		0,050		0,050		0,052		0,052	0,052			0,052					0,051
3,9		0,020			0,032		0,039		0,043		0,046		0,047		0,047		0,050		0,050		0,050		0,050					0,049
4,0		0,000			0,026		0,034		0,039		0,042		0,045		0,045		0,047		0,047			0,048	0,048					0,048
4,1					0,018		0,029		0,035		0,039		0,042		0,042		0,045		0,045				0,046	0,046				0,046
4,2					0,000		0,024		0,031		0,036		0,039		0,039		0,043		0,043				0,044		0,045			0,045
4,3							0,016		0,027		0,032		0,036		0,036		0,041		0,041				0,043			0,043		0,043
4,4							0,000		0,022		0,029		0,033		0,033		0,039		0,039				0,041					0,042
4,5									0,015		0,024		0,030		0,030		0,036		0,036				0,041					0,040
4,6									0,000		0,020		0,026		0,026		0,034		0,034				0,041					0,039
4,7											0,014		0,023		0,023		0,032		0,032				0,041					0,037
4,8											0,000		0,018		0,018		0,029		0,029				0,041					0,036
4,9													0,013		0,013		0,027		0,027				0,041					0,034
5,0													0,000		0,000		0,024		0,024				0,041					0,033

TABELA Nº 1 ($q_0 = 0,0$)

continuação

η	Valores de $f(z, \eta)$ para os seguintes valores de (z)										
	6,579	6,729	6,870	7,0	7,008	7,181	7,342	7,500	8,0	9,0	10,0
0,4				0,219					0,193	0,172	0,155
1,0				0,132					0,117	0,105	0,095
1,5				0,103					0,092	0,083	0,075
2,0				0,085					0,076	0,069	0,063
2,5				0,072					0,065	0,060	0,055
3,0				0,062					0,057	0,052	0,048
3,5				0,054					0,050	0,046	0,043
4,0				0,047					0,044	0,041	0,039
4,4	0,042			-					-	-	-
4,5		0,040		0,040					0,039	0,037	0,035
4,6			0,039	0,039					0,038	0,036	0,034
4,7				0,038	0,038				0,037	0,035	0,033
4,8				0,036		0,036			0,036	0,035	0,033
4,9				0,035			0,035		0,035	0,034	0,032
5,0				0,034				0,034	0,034	0,033	0,032

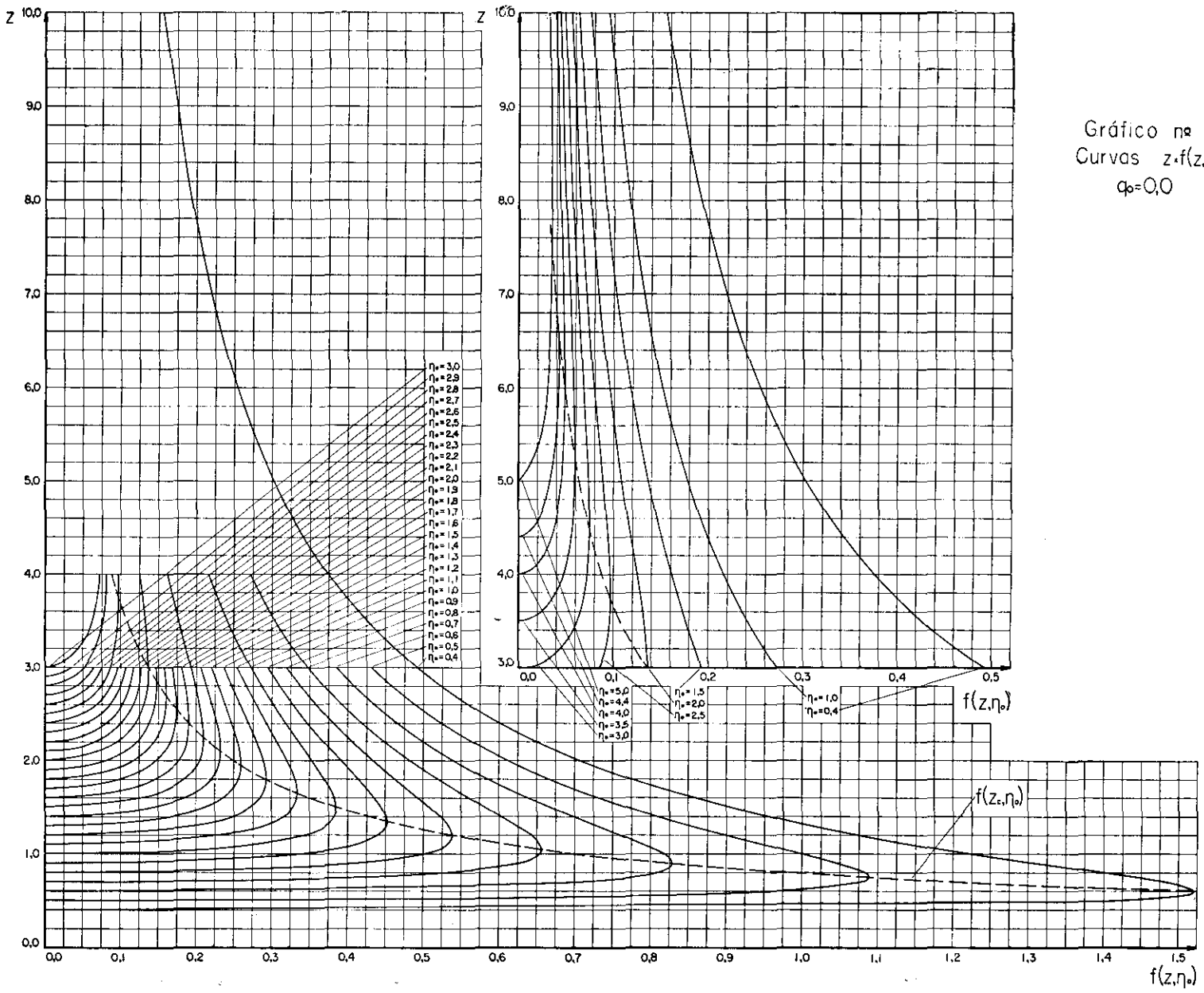


Gráfico nº 1
 Curvas $z \cdot f(z, \eta)$
 $q_0 = 0,0$

TABELA Nº 2 ($q_0 = 0,5$)

γ	Valores de $f(z, \gamma)$ para os seguintes valores de (z)																											
	0,4	0,5	0,51	0,52	0,53	0,539	0,55	0,57	0,6	0,677	0,7	0,8	0,819	0,9	0,963	1,0	1,1	1,136	1,2	1,256	1,3	1,396	1,5	1,544	1,6	1,695	1,8	1,838
0,4	0,000	2,829	2,851	2,865	2,871	2,872	2,866	2,844	2,789	2,597	2,535	2,271	2,224	2,037	1,907	1,837	1,668	1,613	1,524	1,453	1,401	1,299	1,203	1,167	1,123	1,056	0,990	0,968
0,5		0,000	0,770	1,046	1,234	1,361	1,480	1,632	1,764	1,857	1,851	1,759	1,735	1,629	1,547	1,500	1,381	1,341	1,275	1,221	1,182	1,102	1,026	0,997	0,962	0,907	0,853	0,835
0,6									0,000	1,118	1,195	1,311	1,313	1,288	1,250	1,225	1,151	1,124	1,078	1,038	1,009	0,948	0,889	0,865	0,837	0,793	0,748	0,733
0,7											0,000	0,857	0,895	0,973	0,985	0,981	0,952	0,938	0,910	0,885	0,864	0,821	0,776	0,757	0,735	0,699	0,663	0,651
0,8												0,000	0,335	0,644	0,726	0,750	0,771	0,771	0,762	0,750	0,738	0,711	0,679	0,665	0,648	0,621	0,592	0,581
0,9														0,000	0,425	0,500	0,594	0,609	0,622	0,625	0,623	0,611	0,593	0,584	0,572	0,551	0,529	0,521
1,0																0,000	0,399	0,439	0,482	0,502	0,512	0,519	0,513	0,509	0,502	0,489	0,473	0,467
1,1																	0,000	0,215	0,325	0,374	0,398	0,427	0,438	0,438	0,437	0,431	0,422	0,418
1,2																			0,000	0,214	0,270	0,333	0,363	0,369	0,374	0,377	0,374	0,372
1,3																					0,000	0,224	0,285	0,299	0,311	0,323	0,328	0,328
1,4																							0,194	0,221	0,245	0,269	0,283	0,285
1,5																							0,000	0,118	0,167	0,212	0,237	0,242
1,6																									0,000	0,143	0,187	0,197
1,7																											0,128	0,145
1,8																											0,000	0,074

TABELA N.º 2 ($q_0 = 0,5$)

continuação

7	Valores de $f(z, 7)$ para os seguintes valores de (z)																							
	4,2	4,215	4,359	4,4	4,506	4,6	4,654	4,800	4,962	5,0	5,117	5,263	5,402	5,5	5,543	5,695	5,841	5,949	6,0	6,136	6,292	6,436	6,5	
0,4	0,401			0,381		0,364				0,334				0,302					0,276					0,254
0,6	0,318			0,304		-				-				-					-					-
0,7	0,290			0,277		0,265				0,244				0,221					0,203					0,187
1,0	0,232			0,222		0,213				0,197				0,179					0,165					0,152
1,5	0,174			0,168		0,161				0,150				0,138					0,128					0,119
2,0	0,136			0,132		0,128				0,120				0,112					0,104					0,097
2,5	0,107			0,105		0,103				0,098				0,093					0,087					0,082
2,7	0,097			0,096		-				-				-					-					-
2,8	0,092			0,091		-				-				-					-					-
2,9	0,087	0,087		0,087		-				-				-					-					-
3,0	0,082		0,082	0,082		0,082				0,080				0,077					0,074					0,070
3,1	0,077			0,078	0,078	-				-				-					-					-
3,2	0,073			0,074		0,074	0,074			0,074				0,072					-					-
3,3	0,068			0,070		0,070		0,071		0,071				0,069					-					-
3,4	0,063			0,065		0,067			0,068	0,067				0,066					-					-
3,5	0,058			0,061		0,063				0,064	0,064			0,064					0,062					0,060
3,6	0,053			0,057		0,059				0,061		0,062		0,061					-					-
3,7	0,048			0,052		0,055				0,058			0,059	0,059					-					-
3,8	0,042			0,048		0,051				0,055				0,056	0,057				0,056					0,055
3,9	0,036			0,043		0,047				0,052				0,054		0,054			0,054					0,053
4,0	0,029			0,038		0,043				0,049				0,052			0,052		0,052					0,051
4,1	0,020			0,033		0,039				0,046				0,049				0,050	0,050					0,050
4,2	0,000			0,026		0,035				0,043				0,047					0,048	0,048				0,048
4,3				0,018		0,030				0,040				0,045					0,046			0,046		0,046
4,4				0,000		0,024				0,036				0,042					0,044				0,046	0,045
4,5						0,017				0,033				0,040					0,042					0,043
4,6						0,000				0,029				0,037					0,041					0,042
4,7										0,025				0,035					0,039					0,040
4,8										0,020				0,032					0,037					0,039
4,9										0,014				0,030					0,035					0,037
5,0										0,000				0,027					0,033					0,036

TABELA N.º 2 ($q_0 = 0,5$)

η	Valores de $f(z, \eta)$ para os seguintes valores de (z)										
	6,5	6,587	6,737	6,881	7,0	7,027	7,188	7,346	8,0	9,0	10,0
0,4	0,254				0,235				0,205	0,181	0,163
0,7	0,187				0,173				0,151	0,135	0,121
1,0	0,152				0,142				0,124	0,110	0,095
1,5	0,119				0,111				0,100	0,087	0,079
2,0	0,097				0,091				0,081	0,073	0,066
2,5	0,082				0,078				0,070	0,063	0,057
3,0	0,070				0,067				0,061	0,055	0,051
3,5	0,060				0,059				0,053	0,049	0,045
4,0	0,051				0,050				0,047	0,044	0,041
4,5	0,043	0,043			0,043				0,041	0,039	0,037
4,6	0,042		0,042		0,042				0,040	0,038	0,036
4,7	0,040			0,040	0,040				0,039	0,037	0,035
4,8	0,039				0,039	0,039			0,038	0,036	0,034
4,9	0,037				0,038		0,038		0,037	0,036	0,034
5,0	0,036				0,037			0,037	0,036	0,035	0,033

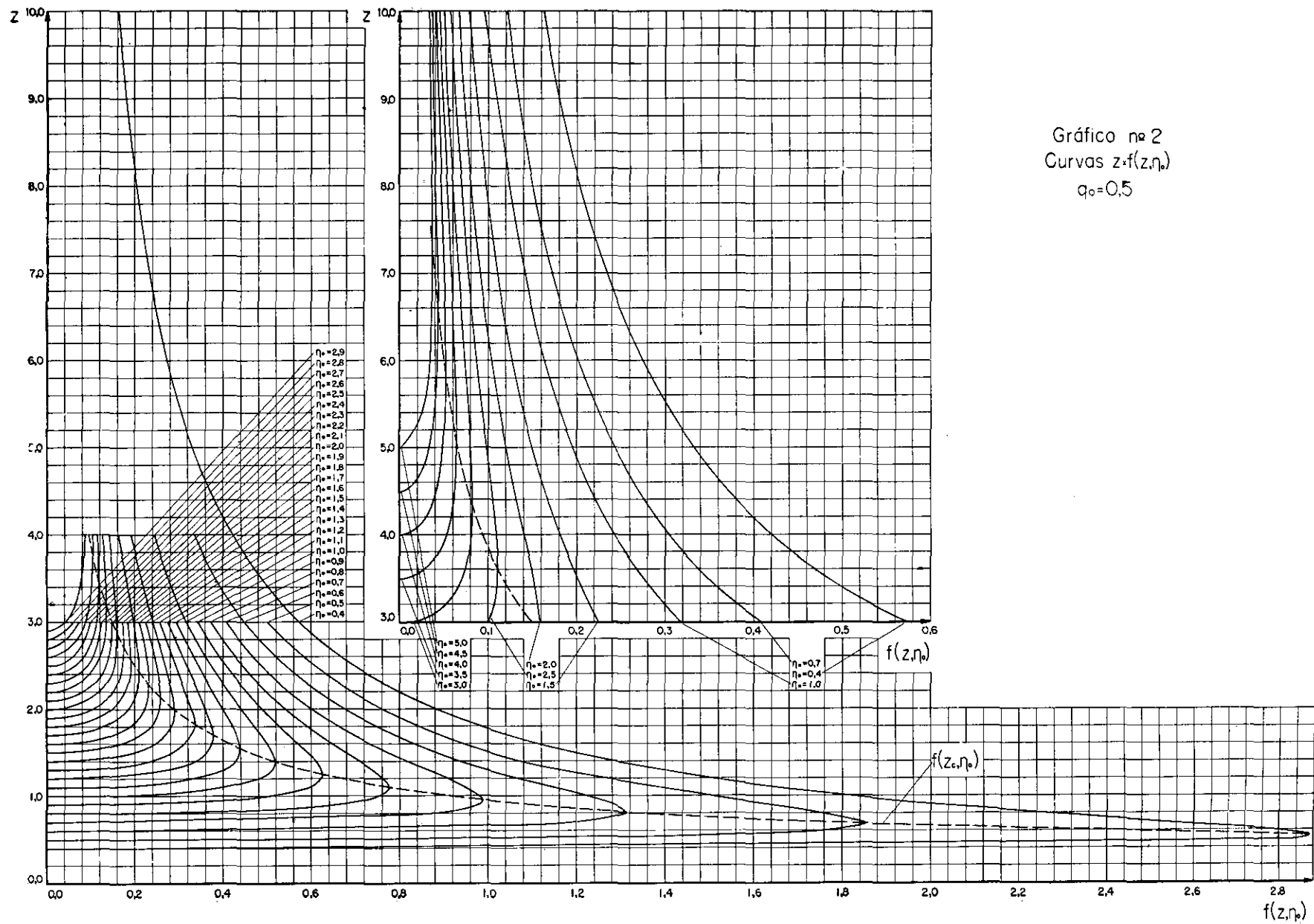


TABELA Nº 3 ($q_0 = 1,0$)

continuação

η	Valores de $f(z, \eta)$ para os seguintes valores de (z)																																
	1,7	1,780	1,8	1,9	1,928	2,0	2,069	2,2	2,208	2,356	2,4	2,500	2,6	2,644	2,788	2,8	2,937	3,0	3,086	3,2	3,225	3,383	3,4	3,525	3,6	3,663	3,8	3,822	3,967				
0,4	1,292	1,221	1,204	1,129		1,060		0,945			0,851	0,811	0,773			0,709		0,654		0,606			0,566		0,529		0,497						
0,5	1,110	1,052	1,039	0,975		0,919		0,822			0,743	0,708	0,677			0,621		0,574		0,533			0,497		0,466		0,438						
0,6	0,970	0,922	0,912	0,858		0,810		0,728			0,660	0,630	0,603			0,554		0,513		0,477			0,446		0,418		0,394						
0,7	0,856	0,816	0,807	0,763		0,722		0,652			0,593	0,568	0,543			0,502		0,464		0,433			0,406		0,381		0,358						
0,8	0,760	0,728	0,720	0,684		0,650		0,590			0,539	0,516	0,495			0,485		0,425		0,397			0,372		0,350		0,330						
0,9	0,675	0,650	0,644	0,614		0,586		0,535			0,492	0,464	0,454			0,421		0,392		0,366			0,344		0,324		0,306						
1,0	0,599	0,581	0,576	0,553		0,530		0,488			0,450	0,434	0,417			0,389		0,360		0,340			0,320		0,301		0,285						
1,1	0,529	0,517	0,514	0,497		0,480		0,446			0,414	0,400	0,386			0,360		0,337		0,317			0,298		0,282		0,267						
1,2	0,462	0,457	0,456	0,445		0,433		0,407			0,381	0,369	0,356			0,334		0,314		0,296			0,279		0,264		0,251						
1,3	0,397	0,399	0,398	0,396		0,389		0,371			0,350	0,340	0,330			0,311		0,293		0,277			0,262		0,249		0,236						
1,4	0,355	0,342	0,344	0,348	0,348	0,347		0,337			0,322	0,314	0,306			0,290		0,274		0,260			0,247		0,234		0,223						
1,5	0,262	0,284	0,288	0,300		0,306	0,308	0,304			0,295	0,290	0,282			0,270		0,256		0,244			0,233		0,221		0,211						
1,6	0,179	0,220	0,228	0,252		0,265		0,273	0,273		0,269	0,266	0,261			0,251		0,240		0,239			0,219		0,209		0,200						
1,7	0,000	0,142	0,156	0,200		0,223		0,242		0,245	0,244	0,243	0,240			0,233		0,224		0,215			0,206		0,198		0,189						
1,8			0,000	0,137		0,177		0,210			0,220	0,221	0,220			0,216		0,209		0,202			0,195		0,187		0,180						
1,9				0,000		0,122		0,177			0,195	0,199	0,200	0,201		0,199		0,195		0,190			0,183		0,177		0,170						
2,0					0,000			0,141			0,170	0,177	0,180		0,183	0,182		0,181		0,177			0,173		0,167		0,162						
2,1								0,097			0,144	0,155	0,161			0,167	0,168	0,168		0,166			0,162		0,158		0,153						
2,2								0,000			0,115	0,131	0,141			0,151		0,155	0,155	0,154			0,152		0,149		0,145						
2,3											0,079	0,104	0,119			0,135		0,141		0,143	0,144		0,143		0,141		0,138						
2,4											0,000	0,072	0,095			0,118		0,128		0,122		0,134	0,133		0,132		0,130						
2,5												0,000	0,066			0,100		0,115		0,121			0,123	0,124	0,124		0,123						
2,6													0,000			0,080		0,100		0,110			0,114		0,116	0,116		0,116					
2,7																0,066		0,085		0,099			0,105		0,108		0,109	0,109					
2,8																0,000		0,068		0,087			0,095		0,100		0,102		0,102		0,102		
2,9																		0,047		0,074			0,086		0,092		0,095		0,095				
3,0																		0,000		0,059			0,075		0,084		0,088		0,088				
3,1																				0,041			0,064		0,075		0,081		0,081				
3,2																					0,000			0,052		0,066		0,074		0,074			
3,3																								0,036		0,056		0,066		0,066			
3,4																								0,000		0,045		0,059		0,059			
3,5																										0,031		0,050		0,050			
3,6																										0,000		0,040		0,040			
3,7																												0,028		0,028			
3,8																													0,000		0,000		

TABELA Nº 3 ($q_0 = 1,0$)

continuação

7	Valores de $f(z, 7)$ para os seguintes valores de z																												
	3,987	4,0	4,113	4,2	4,267	4,400	4,543	4,6	4,700	4,8	4,855	5,000	5,154	5,308	5,442	5,5	5,595	5,738	5,881	6,0	6,028	6,194	6,333	6,472	6,5	6,625	6,750	6,906	
0,4		0,469		0,443				0,400		0,381		0,364				0,327				0,297						0,271			
0,7		0,339		0,321				0,292		0,278		0,266				0,240				0,218						0,200			
1,0		0,270		0,257				0,234		0,224		0,215				0,194				0,177						0,163			
1,5		0,202		0,193				0,177		0,170		0,164				0,150				0,137						0,127			
2,0		0,156		0,151				0,140		0,136		0,131				0,121				0,112						0,104			
2,5		0,121		0,119				0,113		0,110		0,107				0,100				0,094						0,088			
2,7		0,108		0,107				0,104		-		-				-				-						-			
2,8	0,102	0,102		0,102				0,099		-		-				-				-						-			
2,9		0,096	0,097	0,096				0,095		-		-				-				-						-			
3,0		0,090		0,091	0,092			0,090		0,089		0,088				0,083				0,079						0,075			
3,1		0,084		0,086				0,086		-		-				-				-						-			
3,2		0,078		0,080			0,082	0,082		-		-				-				-						-			
3,3		0,072		0,075				0,077	0,077	0,077		0,077				0,075				-						-			
3,4		0,066		0,070				0,073		0,074	0,074	0,074				0,072				-						-			
3,5		0,059		0,064				0,069		0,070		0,071				0,069				0,066						0,064			
3,6		0,052		0,059				0,065		0,066		0,067				0,067				-						-			
3,7		0,044		0,053				0,061		0,063		0,064		0,064		0,064				-						-			
3,8		0,036		0,047				0,056		0,059		0,060	0,064	0,081	0,081	0,061				-						-			
3,9		0,025		0,040				0,052		0,055		0,057			0,059	0,059				-						-			
4,0		0,000		0,032				0,048		0,051		0,054			0,056		0,059	0,057		0,056						0,055			
4,1				0,022				0,043		0,047		0,050			0,053				0,054	0,054						0,053			
4,2				0,000				0,038		0,043		0,047			0,051				0,052	0,052						0,051			
4,3								0,032		0,039		0,043			0,048				0,050		0,050					0,049			
4,4								0,028		0,035		0,040			0,046				0,048		0,048			0,048		0,048			
4,5								0,018		0,030		0,036			0,043				0,046		0,046			0,047	0,046				
4,6								0,000		0,024		0,032			0,040				0,044		0,044				0,047	0,045	0,045		
4,7										0,017		0,027			0,038				0,042		0,042					0,043		0,043	0,043
4,8										0,000		0,022			0,035				0,040		0,040					0,041			0,042
4,9												0,015			0,032				0,037		0,037					0,040			
5,0												0,000			0,029				0,035		0,035					0,038			

TABELA Nº 3 ($q_0 = 1,0$)

conclusão

η	Valores de $f(z, \eta)$ para os seguintes valores de z									
	6,906	7,0	7,042	7,208	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0
0,4		0,250			0,232	0,217	0,203	0,191	0,180	0,170
0,7		0,185			0,172	0,160	0,150	0,141	0,134	0,127
1,0		0,151			0,141	0,132	0,123	0,116	0,110	0,104
1,5		0,118			0,110	0,103	0,097	0,092	0,087	0,083
2,0		0,097			0,092	0,086	0,081	0,077	0,073	0,069
2,5		0,083			0,078	0,074	0,070	0,066	0,063	0,060
3,0		0,071			0,068	0,064	0,061	0,058	0,055	0,053
3,5		0,062			0,059	0,056	0,054	0,052	0,049	0,047
4,0		0,053			0,052	0,050	0,048	0,046	0,044	0,043
4,5		0,046			0,045	0,044	0,042	0,041	0,040	0,038
4,8	0,042	0,042			0,041	0,041	0,039	0,038	0,037	0,036
4,9		0,040	0,040		0,040	0,040	0,039	0,038	0,036	0,035
5,0		0,039		0,039	0,039	0,038	0,038	0,037	0,036	0,035

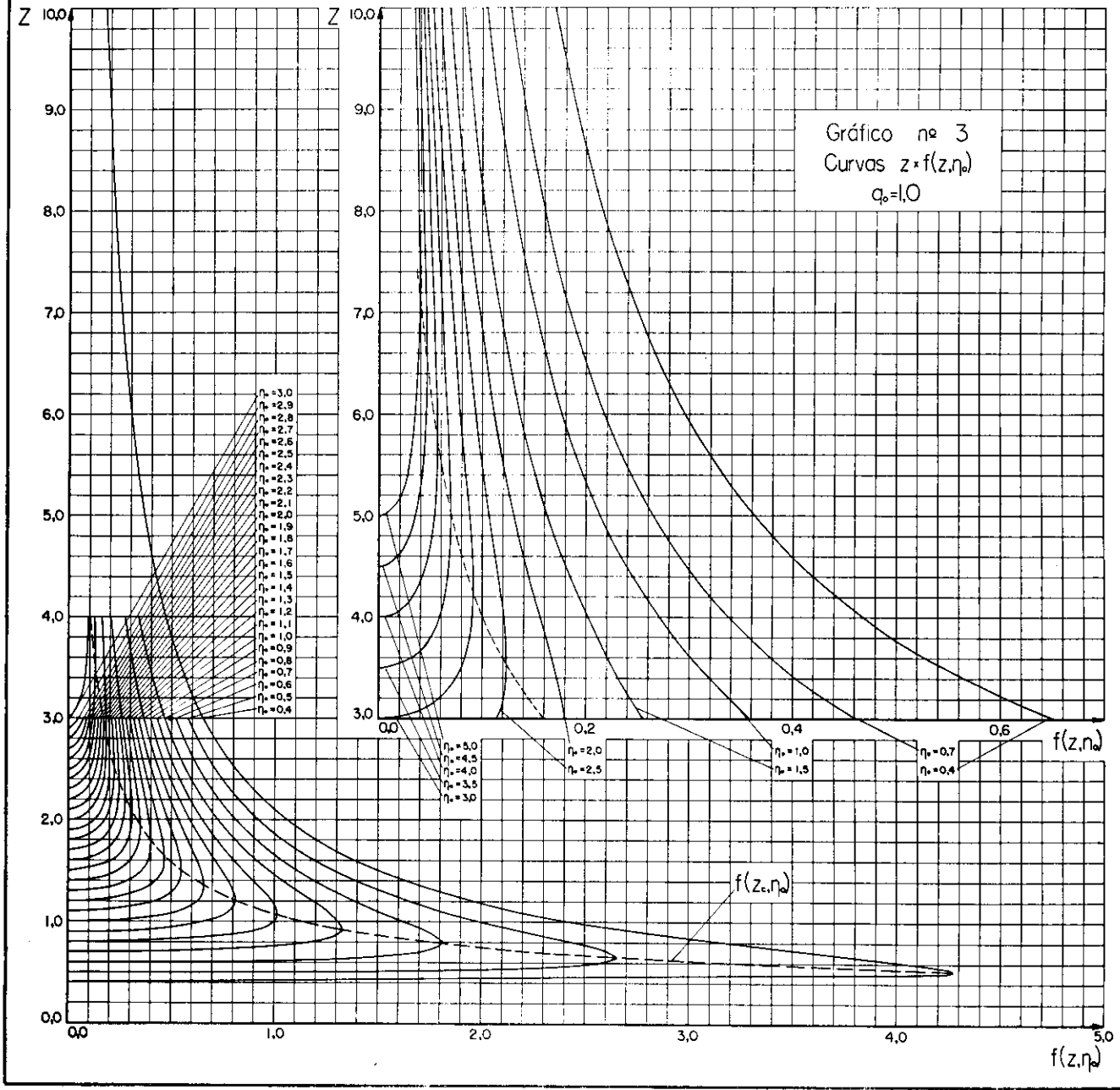


TABELA Nº 4 ($q_0 = 1,5$)

continuação

7	Valores de $f(z, 7)$ para os seguintes valores de (z)																																		
	3,311	3,4	3,480	3,595	3,6	3,743	3,8	3,893	4,0	4,040	4,184	4,2	4,325	4,4	4,475	4,6	4,617	4,765	4,8	4,915	5,0	5,064	5,214	5,358	5,492	5,5	5,643	5,788							
0,4		0,629			0,587			0,549		0,515			0,486		0,459			0,435			0,414						0,394					0,362			
0,6		0,497			0,464			0,435		0,409			0,386		0,365			0,347			-							-					-		
0,7		0,451			0,422			0,396		0,373			0,352		0,334			0,317			0,302						0,288						0,258		
0,8		0,414			-			-		-			-		-			-			-						-						-		
0,9		0,383			-			-		-			-		-			-			-						-						-		
1,0		0,356			0,334			0,315		0,298			0,282		0,268			0,255			0,243						0,232						0,209		
1,2		0,311			0,293			0,277		0,262			0,249		0,237			0,226			0,216						0,207						0,187		
1,4		0,275			0,260			0,246		0,234			-		-			-			-						-						-		
1,5		0,259			-			-		-			-		-			-			-						-						-		
1,6		0,244			0,232			0,221		0,210			0,201		0,192			0,184			0,176						0,169						0,154		
1,8		0,217			0,207			0,198		0,190			-		-			-			-						-						-		
2,0		0,192			0,185			0,179		0,172			0,165		0,159			0,153			0,148						0,142						0,130		
2,1		0,181			-			-		-			-		-			-			-						-						-		
2,2		0,170			0,165			0,160		0,155			-		-			-			-						-						-		
2,3		0,159			-			-		-			-		-			-			-						-						-		
2,4	0,148	0,148			-			-		-			-		-			-			-						-						-		
2,5		0,138	0,138		0,138			0,136		0,133			0,130		0,127			0,123			0,120						0,116						0,108		
2,6		0,127		0,129	0,129			0,128		0,126			-		-			-			-						-							-	
2,7		0,117			0,120	0,120		0,120		0,119			-		-			-			-						-							-	
2,8		0,106			0,111			0,112	0,112	0,112			-		-			-			-						-							-	
2,9		0,095			0,102			0,105		0,106	0,106		0,105		0,104			0,103			-						-							-	
3,0		0,084			0,093			0,097		0,099		0,099		0,099			0,098			0,097							0,095						0,090		
3,1		0,071			0,083			0,089		0,093		0,094	0,094		0,094			0,093			-						-						-		
3,2		0,057			0,073			0,081		0,086			0,088		0,089	0,089		0,089			-						-							-	
3,3		0,040			0,063			0,073		0,079			0,082		0,084		0,084	0,085		0,084							0,083						0,080		
3,4		0,000			0,050			0,065		0,072			0,076		0,079		0,080	0,080		0,080							0,080						0,077		
3,5					0,035			0,055		0,065			0,070		0,074		0,075			0,075							0,076	0,076					0,075		
3,6					0,000			0,044		0,057			0,064		0,068		0,071			0,072							0,072	0,073					0,072		
3,7								0,031		0,049			0,058		0,063		0,068			0,068							0,069						0,069		
3,8								0,000		0,039			0,051		0,058		0,062			0,064							0,066						0,066		
3,9										0,027			0,044		0,052		0,057			0,060							0,065						0,062		
4,0										0,000			0,035		0,046		0,052			0,056							0,058						0,058		
4,1													0,025		0,039		0,047			0,051							0,060					0,060	0,060		
4,2													0,000		0,032		0,041			0,047							0,054						0,058		
4,3															0,022		0,035			0,042							0,051						0,055		
4,4															0,000		0,029			0,038							0,047						0,052		
4,5																	0,029			0,038							0,043						0,049		
4,6																	0,020			0,032							0,039						0,046		
4,6																	0,000			0,026							0,034						0,044		
4,7																			0,018								0,029						0,041		
4,8																			0,000								0,024						0,038		
4,9																											0,017						0,034		
5,0																											0,000						0,031		

TABELA N.º 4 ($q_0 = 1,5$)

η	Valores de $f(z, \eta)$ para os seguintes valores de (z)															
	5,788	5,926	6,0	6,069	6,214	6,355	6,489	6,5	6,650	6,811	6,961	7,0	7,115	8,0	9,0	10,0
0,4			0,318					0,290				0,266		0,229	0,200	0,178
0,7			0,234					0,214				0,197		0,169	0,149	0,132
1,0			0,190					0,174				0,161		0,139	0,122	0,109
1,2			0,170					0,156				0,144		0,125	0,110	0,098
1,6			0,141					0,130				0,120		0,105	0,093	0,083
2,0			0,120					0,111				0,104		0,091	0,081	0,073
2,5			0,101					0,094				0,088		0,078	0,070	0,063
3,0			0,085					0,080				0,076		0,068	0,061	0,055
3,5			0,072					0,069				0,066		0,059	0,054	0,049
4,0			0,060					0,059				0,057		0,052	0,048	0,044
4,1	0,058		0,058					0,057				-		-	-	-
4,2		0,056	0,056					0,055				-		-	-	-
4,3			0,053	0,053				0,053				-		-	-	-
4,4			0,051		0,051			0,051				-		-	-	-
4,5			0,049			0,049		0,049				0,049		0,046	0,043	0,040
4,6			0,047				0,048	0,048				0,047		0,045	0,042	0,039
4,7			0,045					0,046	0,046			0,046		0,044	0,041	0,039
4,8			0,042					0,044		0,044		0,044		0,043	0,040	0,038
4,9			0,040					0,042			0,043	0,043		0,042	0,039	0,037
5,0			0,038					0,041				0,041	0,042	0,041	0,039	0,036

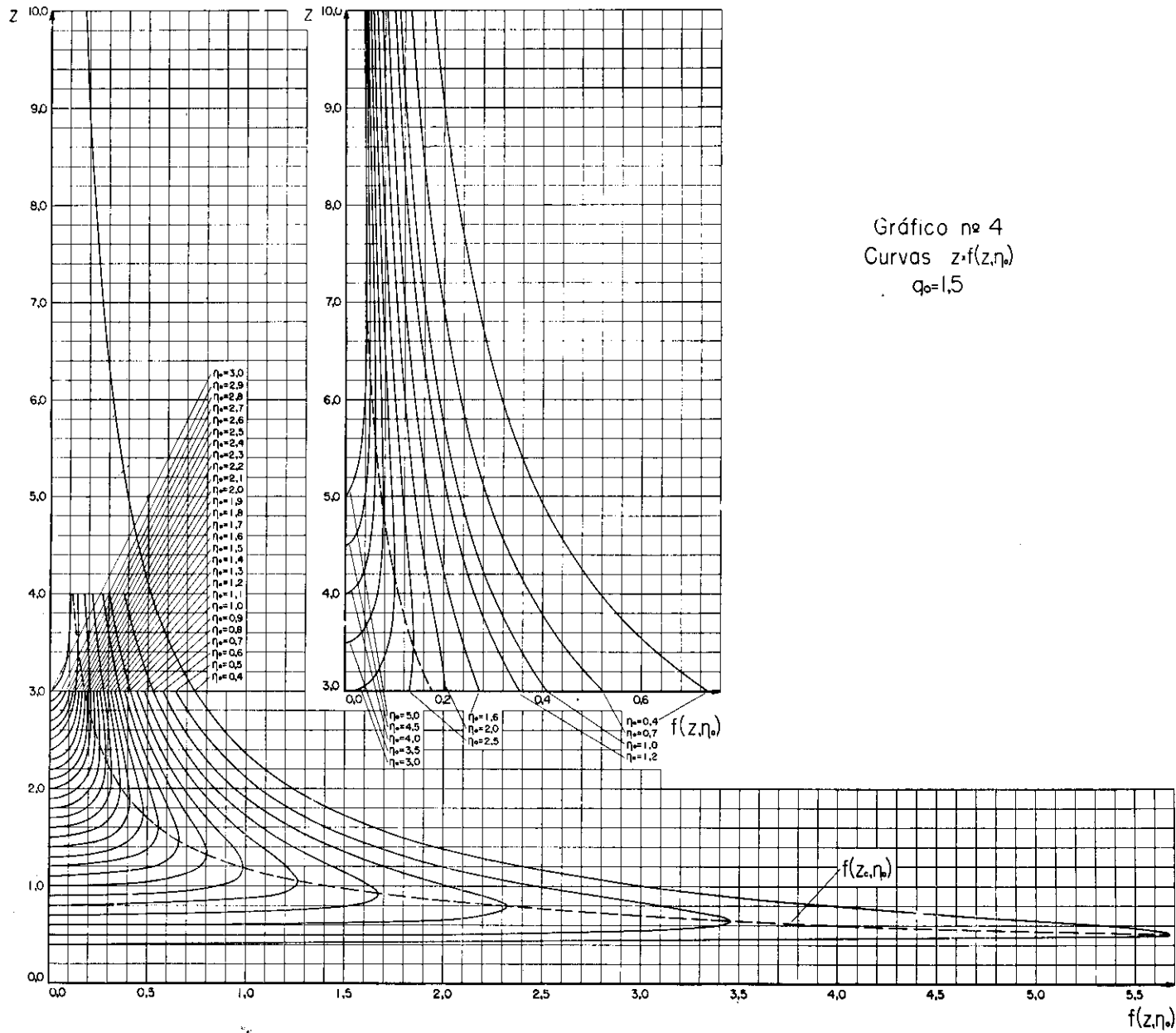


Gráfico nº 4
 Curvas $z \cdot f(z, \eta_0)$
 $q_0 = 1,5$

TABELA Nº 5 ($q_0 = 2,0$)

7	Valores de $f(z, 7)$ para os seguintes valores de (z)																												
	0,4	0,5	0,51	0,513	0,52	0,53	0,54	0,55	0,60	0,646	0,7	0,777	0,8	0,9	0,908	1,0	1,047	1,1	1,179	1,2	1,3	1,319	1,4	1,450	1,5	1,586	1,6	1,7	
0,4	0,000	7,072	7,087	7,083	7,080	7,053	7,013	6,961	6,593	6,187	5,704	5,064	4,892	4,219	4,174	3,674	3,455	3,231	2,939	2,869	2,569	2,518	2,318	2,208	2,106	1,949	1,925	1,770	
0,5		0,000	1,914	2,152	2,587	3,032	3,353	3,595	4,170	4,263	4,166	3,884	3,790	3,375	3,345	3,000	2,841	2,676	2,455	2,400	2,166	2,126	1,967	1,878	1,796	1,668	1,649	1,521	
0,6									0,000	2,186	2,689	2,834	2,824	2,669	2,653	2,449	2,345	2,230	2,069	2,029	1,850	1,818	1,693	1,622	1,556	1,451	1,435	1,329	
0,7											0,000	1,728	1,846	2,016	2,017	1,963	1,911	1,845	1,741	1,714	1,585	1,561	1,465	1,410	1,357	1,273	1,260	1,173	
0,8												0,000	1,334	1,361	1,500	1,510	1,496	1,450	1,435	1,354	1,338	1,270	1,228	1,188	1,122	1,112	1,041		
0,9													0,000	0,349	1,000	1,098	1,152	1,173	1,171	1,142	1,133	1,093	1,065	1,037	0,988	0,980	0,926		
1,0															0,000	0,589	0,773	0,891	0,907	0,938	0,938	0,927	0,914	0,898	0,867	0,861	0,821		
1,1																		0,000	0,564	0,611	0,730	0,741	0,766	0,768	0,766	0,752	0,749	0,725	
1,2																				0,000	0,494	0,523	0,599	0,622	0,635	0,642	0,642	0,634	
1,3																					0,000	0,201	0,407	0,463	0,498	0,531	0,534	0,545	
1,4																							0,000	0,257	0,340	0,412	0,420	0,454	
1,5																									0,000	0,271	0,287	0,359	
1,6																												0,000	0,246

TABELA Nº 5 $q_0 = 2,0$

continuação

η	Valores de $f(z, \eta)$ para os seguintes valores de (z)														
	6,0	6,014	6,158	6,300	6,433	6,5	6,573	6,723	6,863	7,000	7,5	8,0	8,5	9,0	10,0
0,4	0,339					0,308				0,282	0,260	0,241	0,224	0,210	0,186
1,0	0,203					0,185				0,170	0,157	0,146	0,136	0,128	0,114
1,5	0,157					0,144				0,133	0,123	0,115	0,108	0,101	0,090
2,0	0,128					0,118				0,110	0,102	0,096	0,090	0,085	0,076
2,5	0,107					0,100				0,093	0,087	0,082	0,077	0,073	0,066
3,0	0,091					0,085				0,080	0,075	0,071	0,067	0,064	0,058
3,5	0,077					0,073				0,069	0,066	0,063	0,059	0,057	0,052
4,0	0,064					0,062				0,060	0,058	0,055	0,053	0,051	0,046
4,3	0,057	0,057				0,056				0,055	-	-	-	-	-
4,4	0,055		0,055			0,054				0,053	-	-	-	-	-
4,5	0,052			0,053		0,053				0,052	0,050	0,049	0,047	0,045	0,042
4,6	0,050				0,051	0,051				0,050	-	-	-	-	-
4,7	0,048					0,049	0,049			0,049	-	-	-	-	-
4,8	0,045					0,047		0,047		0,047	-	-	-	-	-
4,9	0,043					0,045			0,045	0,045	-	-	-	-	-
5,0	0,040					0,043				0,044	0,044	0,043	0,042	0,040	0,038

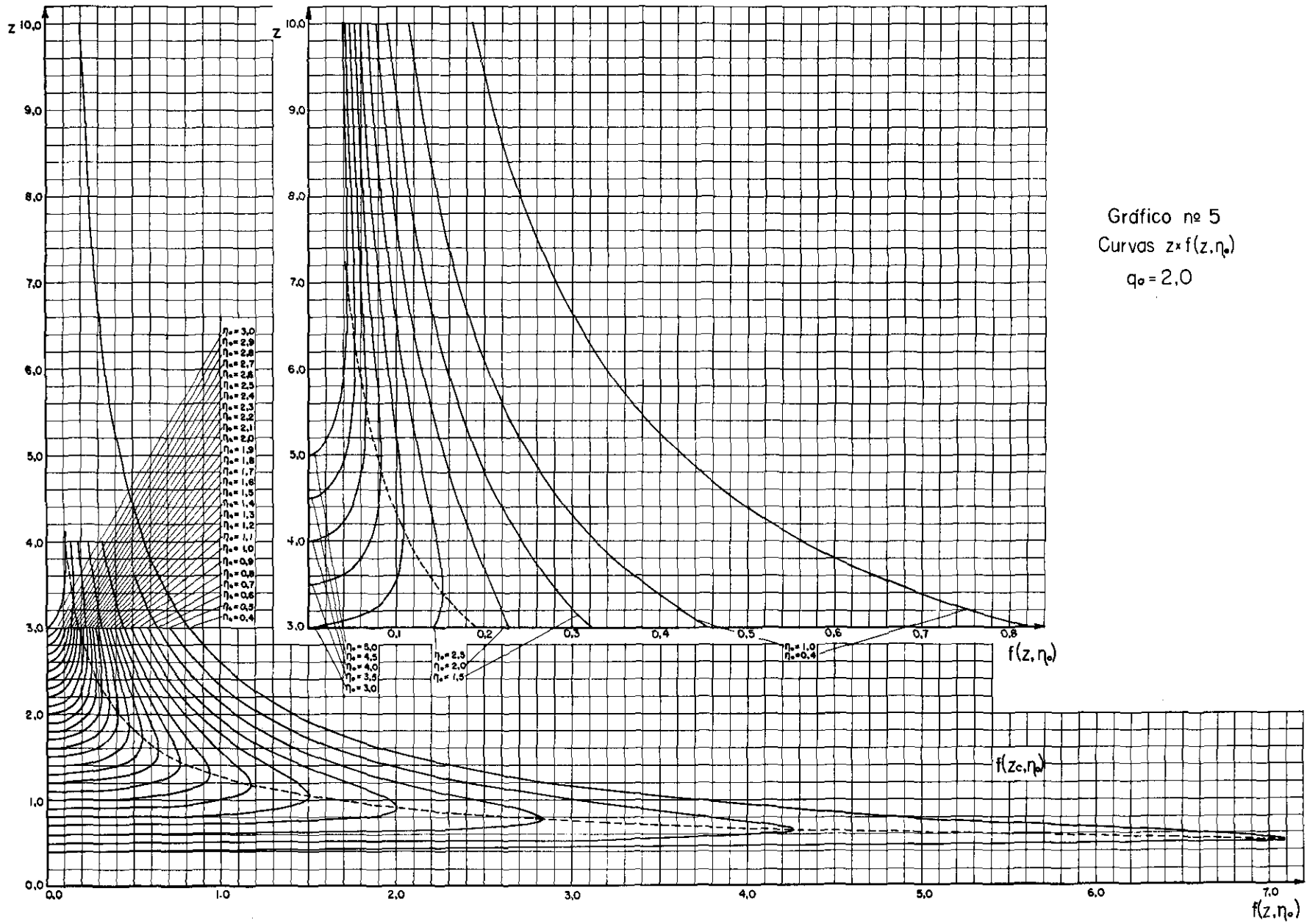


Gráfico nº 5
 Curvas $z \times f(z, \eta_0)$
 $q_0 = 2.0$

- $\eta_0 = 3.0$
- $\eta_0 = 2.9$
- $\eta_0 = 2.8$
- $\eta_0 = 2.7$
- $\eta_0 = 2.6$
- $\eta_0 = 2.5$
- $\eta_0 = 2.4$
- $\eta_0 = 2.3$
- $\eta_0 = 2.2$
- $\eta_0 = 2.1$
- $\eta_0 = 2.0$
- $\eta_0 = 1.9$
- $\eta_0 = 1.8$
- $\eta_0 = 1.7$
- $\eta_0 = 1.6$
- $\eta_0 = 1.5$
- $\eta_0 = 1.4$
- $\eta_0 = 1.3$
- $\eta_0 = 1.2$
- $\eta_0 = 1.1$
- $\eta_0 = 1.0$
- $\eta_0 = 0.9$
- $\eta_0 = 0.8$
- $\eta_0 = 0.7$
- $\eta_0 = 0.6$
- $\eta_0 = 0.5$
- $\eta_0 = 0.4$

- $\eta_0 = 6.0$
- $\eta_0 = 4.5$
- $\eta_0 = 4.0$
- $\eta_0 = 3.5$
- $\eta_0 = 3.0$
- $\eta_0 = 2.5$
- $\eta_0 = 2.0$
- $\eta_0 = 1.5$
- $\eta_0 = 1.0$
- $\eta_0 = 0.4$

$f(z, \eta_0)$

$f(z, \eta_0)$

$f(z, \eta_0)$