

Esclarecimentos Sôbre o Cálculo da Capacidade Útil dos Reservatórios

Engenheiro EROS C. LINS
da Divisão de Estudos e Projetos do
D.S.E. — Recife - Pernambuco

I PARTE

1. INTRODUÇÃO

Entende-se por capacidade útil de um reservatório o volume limitado entre o nível superior da abertura de tomada e o nível inferior da abertura de extravasamento.

A capacidade total se obtém somando à capacidade útil, o porão destinado à decantação de sujo, o volume necessário para dar a carga do extravasamento máximo e o volume proveniente das folgas que se tornarem necessárias.

Um dos processos usados para o estudo do funcionamento e cálculo da capacidade útil dos reservatórios é o chamado MÉTODO DAS MASSAS ACUMULADAS cuja construção gráfica é conhecida como DIAGRAMA DE RIPPL.

Os esclarecimentos que se seguem se referem a êsse método.

2. AFLUXOS ACUMULADOS

Consideremos um determinado ponto em uma corrente líquida e tomemos um sistema de eixos coordenados (fig. 1) no qual, no eixo das ordenadas se representem volumes e no eixo das abscissas se representem tempos.

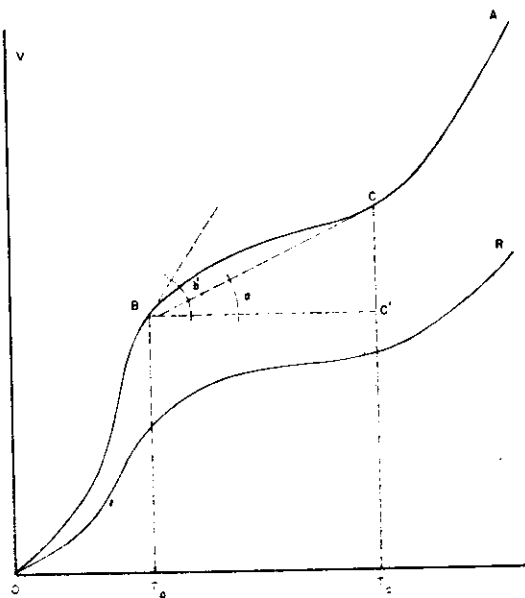


Fig. 1

O gráfico dos efluxos acumulados ou LINHA DOS AFLUXOS OA se obtém tomando-se cada ordenada proporcional ao volume afluídos desde o instante admitido como origem até ao instante correspondente a esta ordenada no eixo dos tempos.

3. VAZÕES

A vazão média Q_m entre dois instantes t_b e t_c é representada pela declividade da reta BC, ou seja, pela tangente trigonométrica de a , pois, sendo a vazão dada pela relação entre volume V e tempo t vem

$$Q = \frac{V_c - V_b}{t_c - t_b} = \frac{CC'}{BC'} = \operatorname{tg} a$$

A vazão Q no instante t_b é representada pela declividade da tangente geométrica ao ponto B, ou seja, pela tangente trigonométrica de b , pois, se aproximarmos indefinitivamente o ponto C do ponto B, a reta BC tende para uma posição tangente em B, o ângulo a para b e teremos

$$Q = \lim_{t_c \rightarrow t_b} \frac{V_c - V_b}{t_c - t_b} = \lim_{BC' \rightarrow 0} \frac{CC'}{BC'} = \lim_{a \rightarrow b} \operatorname{tg} a = \operatorname{tg} b$$

4. FORMAS DO GRÁFICO

Nos trechos em que a curva tem sua concavidade voltada para cima, a declividade é crescente, o que significa vazão crescente.

Nos trechos em que a concavidade é voltada para baixo, a declividade é decrescente, e, portanto, também a vazão.

Nos pontos de inflexão a declividade mudando de crescente para decrescente ou de decrescente para crescente a vazão passa por um extremo.

Analicamente temos

$$\frac{d^2V}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dV}{dt} \right) = \frac{d}{dt} Q$$

donde, se

$$\frac{d^2V}{dt^2} = 0 \quad \text{vem} \quad \frac{d}{dt} Q = 0$$

Ora, sabemos que para $\frac{d^2V}{dt^2} = 0$ a linha representativa dos volumes passa por uma inflexão e para $\frac{dQ}{dt} = 0$ a função Q passe por um máximo ou por um mínimo conforme passe de crescente para decrescente ou de decrescente para crescente.

Trechos horizontais do gráfico significam que o volume permanece constante e, portanto, nesse intervalo a vazão é nula. Analicamente temos

$$\operatorname{tg} a = \frac{dV}{dt} = Q$$

$$\text{Se } \operatorname{tg} a = 0 \therefore V = \text{constante e } Q = 0$$

Trechos verticais não podem existir pois significariam num mesmo instante uma infinidade de valores para o volume acumulado até aí.

Trechos decrescentes somente são possíveis no gráfico dos afluxos se destes forem retiradas certas parcelas de volume desperdiçado como sejam: evaporação, vazamentos, etc., Neste caso, em contraposição aos afluxos brutos, chamaremos estes assim preparados de **AFLUXOS DISPONÍVEIS**.

5. RETIRADAS ACUMULADAS

Suponhamos que no mesmo ponto considerado da corrente líquida seja procedida uma retirada de água à medida que esta afluí.

O gráfico das retiradas acumuladas ou **LINHA DE CONSUMO OR** se obtém tomando-se cada ordenada proporcional ao volume retirado desde o instante escolhido como origem até ao instante correspondente à referida ordenada no eixo dos tempos.

As mesmas considerações que fizemos nos itens 3 e 4 para a linha dos afluxos prevalecem para a linha de consumo.

As duas linhas podem, como na fig. 1, ser desenhadas no mesmo sistema de eixos e devem se prolongar por um período, correspondente a um ciclo completo, isto é, até um ponto a partir do qual se admite a sua repetição, pelo menos, probabilisticamente.

Como o volume total consumido não pode ser maior que o volume total afluído, a extremidade R deve ficar sempre abaixo da extremidade A e no máximo poderá haver coincidência quando os volumes forem iguais.

6. NECESSIDADE DE ACUMULAÇÃO

I — Sejam, na fig. 2, OA e OR respectivamente as linhas de afluxo e de consumo.

Se todo o ciclo se comportasse como no intervalo entre 0 e t_1 , onde, nos instantes correspondentes, a declividade da linha de afluxo é sempre maior que a declividade da linha de consumo, não seria necessário reservatório porque teríamos constantemente.

VAZÃO DE AFLUXO > VAZÃO DE CONSUMO

II — Se o ciclo se comportasse como no intervalo entre 0 e t_2 com a vazão de afluxo ora maior ora menor que a de consumo seria necessário um reservatório que acumulasse os saldos para garantir o consumo nos instantes em que a vazão de afluxo fôsse menor que a de retirada.

Como nesse trecho a linha de afluxo permanece acima da linha de retirada, os saldos acumulados são bastantes para garantir o consumo pois, em qualquer instante, temos

VOLUME AFLUIDO > VOLUME CONSUMIDO

III — Se no ciclo houver trechos em que a linha dos afluxos passe abaixo da linha de consumo como entre t_3 e t_4 será em cada instante, nos referidos trechos.

VOLUME AFLUIDO < VOLUME CONSUMIDO

Em tal caso, o abastecimento não é realizável, pois, não é possível que até um determinado instante, como t_3 , se tenha retirado mais água do que aquela que afluíu. Logo, os segmentos de ordenada compreendidos entre OA e OR são na realidade **SALDOS E DÉFICITS TEÓRICOS** os quais não têm existência real.

Assim, para o abastecimento ser realizável é necessário que o reservatório comece a funcionar com uma reserva inicial de água **NO MÍNIMO** igual ao déficit máximo verificado entre OA e OR, isto é, com uma reserva inicial $OO' = D_{max}$.

7. RESERVA INICIAL E FINAL MÍNIMAS

Pelo exposto no ítem anterior vimos que a reserva inicial MÍNIMA deve ser igual ao déficit máximo teórico (D_{max}).

Como o ciclo escolhido para estudo deve ser o mais desfavorável, só podemos admitir que os ciclos seguintes sejam iguais ou mais favoráveis. Daí, bastará que a reserva final seja igual à inicial mínima para servir de inicial ao ciclo seguinte. Chamado Y_0 uma reserva inicial qualquer devemos ter sempre

$$Y_0 \geq D_{max}.$$

8. CÁLCULO GRÁFICO DOS SALDOS TOTAIS

Traçadas as linhas de afluxo OA e de consumo OR, se houver somente saldos, o abastecimento é realizável sem necessidade de reserva inicial.

Se houver saldos e déficits toma-se no eixo das ordenadas um volume $00'$ igual ao déficit e que irá ser a reserva inicial mínima de água com que o reservatório terá que entrar em funcionamento.

A LINHA DOS VOLUMES TOTAIS $O'A'$ (fig. 2) será obtida tomando suas ordenadas iguais às de OA aumentadas do volume $00'$.

Os segmentos de ordenada compreendidos entre $O'A'$ e OR (zona achurada) representam, em cada instante, os SALDOS TOTAIS.

9. CÁLCULO NUMÉRICO DOS SALDOS TOTAIS

Sejam (fig. 2) S_i e D_j o saldo teórico e o déficit teórico verificados respectivamente nos instantes genéricos t_i e t_j .

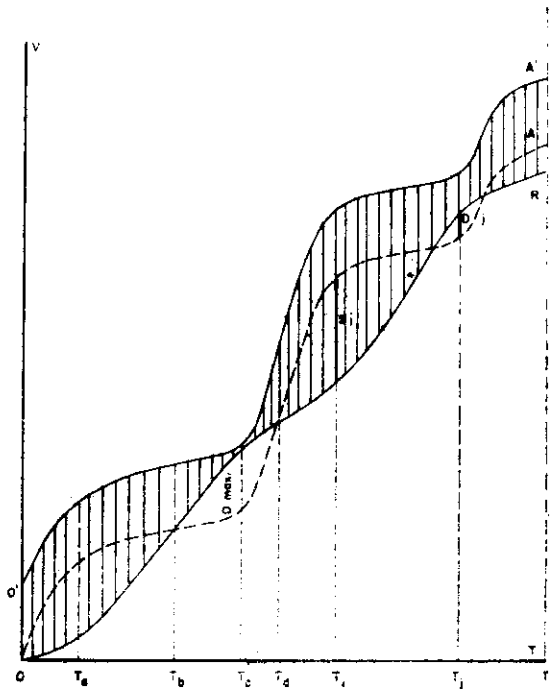


Fig. 2

Da figura tiramos os saldos totais

$$S'_i = D_{max} + S_i \dots\dots\dots (1)$$

$$S'_j = D_{max} - D_j \dots\dots\dots (2)$$

Sejam a_t e r_t o afluxo e a retirada acumulada até ao final do ciclo. O saldo total seria

$$S'_t = D_{\max} + S_t$$

$$S'_t = D_{\max} + (a_t - r_t)$$

Como, porém, no final do ciclo deve haver uma reserva no mínimo igual a D_{\max} só podemos contar como último saldo total a diferença $(a_t - r_t)$ e fica

$$S'_t = a_t - r_t \dots\dots\dots (3)$$

10. CÁLCULO DO VOLUME QUE EXTRAVASA

Sejam

- t_i um instante genérico;
- t_j outro instante genérico posterior a t_i ;
- a_i o afluxo acumulado até ao instante t_i ;
- r_i a retirada acumulada até ao instante t_i ;
- E_i o volume extravasado até ao instante t_i ;
- Y_i a reserva d'água contida no reservatório no instante t_i ;
- Y_j a reserva d'água contida no reservatório no instante t_j ;
- Y_o a reserva d'água com que o reservatório começou a funcionar ($Y_o \geq D_{\max}$);
- V a capacidade útil do reservatório.

Temos

$$\begin{aligned} Y_i &= Y_o + a_i - r_i E_i \quad \text{como } S_i = a_i - r_i \text{ vem} \\ &= Y_o + S_i - E_i \quad \text{como } S'_i = Y_o + S_i \text{ vem} \\ &= S'_i - E_i \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

Se o reservatório se encontra cheio $Y_i = V$ e teremos

$$V = S'_i - E_i \dots\dots\dots (5)$$

Se S'_i cresce, como o reservatório já está cheio, o extravasamento crescerá. Se S'_i atingir o valor máximo o extravasamento atingirá também e fica

$$V = S'_{\max} - E_{\max} \dots\dots\dots (6)$$

Se, pelo contrário, S'_i decresce para S'_j , como o volume já extravasado E_i não pode decrescer, a reserva d'água Y_i decrescerá com S'_i e fica

$$Y_j = S'_j - E_i \dots\dots\dots (7)$$

Ora, como a reserva de água Y_j não pode ser menor que zero vem $S'_j - E_i \geq 0$ donde

$$E_i \leq S'_j \dots\dots\dots (8)$$

11. CÁLCULO DA CAPACIDADE ÚTIL DO RESERVATÓRIO

A fórmula (5) nos dá

$$V = S'_i - E_i.$$

A mínima capacidade útil V_{ij} necessária para o trecho compreendido entre t_i e t_j será obtida substituindo-se E_i pelo seu valor máximo; e de acôrdo com (8) fica

$$V_{ij} = S'_i - S'_j.$$

É óbvio que o máximo valor desta expressão sendo capaz de satisfazer a todo e qualquer trecho satisfaz a todo o ciclo estudado.

Donde o volume útil necessário a todo o ciclo

$$V = \max (S'_i - S'_j) \dots\dots\dots (9)$$

Fica claro, também, que interessando somente os máximos valores da expressão entre parêntesis, só interessa tomar os valores de S'_i correspondentes aos pontos onde a curva dos volumes disponíveis passa por um MÁXIMO e os valores de S'_j correspondentes aos MENORES saldos totais posteriores a S'_i .

12. CONSTRUÇÃO GRÁFICA

Para a construção gráfica traça-se (fig. 3) OA, linha de afluxos e OR, linha de consumo. Com êsse traçado encontramos o déficit máximo BB'.

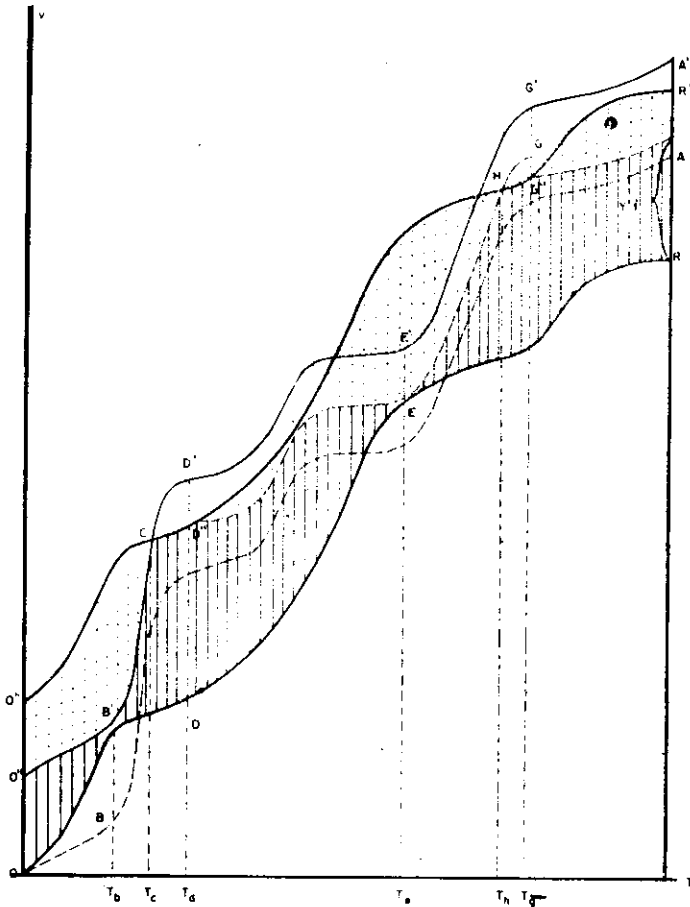


Fig. 3

Tomando êste segmento no eixo dos V, a partir da origem 0, obtemos o ponto O'.

O segmento OO' representará a reserva inicial com que o reservatório vai entrar em funcionamento.

Somando OO' às ordenadas de OA constroe-se a curva O'A' representativa dos volumes totais.

Procurando a máxima diferença entre cada saldo S'_j e o menor saldo S'_j que lhe segue temos o volume útil do reservatório

$$\begin{aligned} V &= \max (S'_i - S'_j) \\ &= DD' - EE' \end{aligned}$$

Tomando êste segmento no eixo dos V a partir da origem 0, obtemos o ponto O'' e como o volume útil é uma grandeza constante no tempo, traçamos a curva O''R' cujas ordenadas diferem das de OR de um segmento constante OO''.

Pela figura verificamos que durante o funcionamento do reservatório a reserva inicial OO' começa a decrescer até ao instante t_b quando o reservatório se encontrará vazio. Daí em diante volta a se acumular água até ao instante t_c onde o reservatório estará cheio.

Os segmentos de ordenadas, no trecho achurado, representam as reservas de água Y_1 e no trecho ponteadado, os volumes vazios.

A partir de t_c o reservatório começa a extravasar e o volume total extravasado até ao instante t_d é representado pelo segmento $D'D''$.

A partir de t_d como a vazão do afluxo torna-se menor que a de consumo, o reservatório começa a esvaziar até ao instante t_e quando as reservas se esgotarão para logo em seguida começarem a crescer até ao instante t_h onde o reservatório se encontrará cheio.

A partir de t_h começará novo extravasamento.

O volume extravasado desde o início do ciclo até ao instante t_e será

$$\begin{aligned} G'G'' &= G'G + GG'' \\ &= D'D'' + GG'' \end{aligned}$$

no qual a primeira parcela extravasou entre t_c e t_d e a segunda entre t_h e t_e .

A partir de t_e começa o reservatório a esvaziar até ao final do ciclo quando restará a reserva Y_f .

13. OBSERVAÇÕES

1.ª) Tôdas as vèzes em que depois de S'_{max} houver um saldo total nulo, teremos para a expressão (9)

$$\begin{aligned} V &= \max (S'_i - S'_j) \\ &= S'_{max} - \text{zero} \\ &= S'_{max} \\ &= D_{max} + S_{max} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

2.ª) Tôdas as vèzes em que tivermos $a_f - r_f = 0$, cairemos no caso anterior, pois, forçosamente S'_{max} é o maior saldo total anterior ao saldo $(a_f - r_f)$.

3.ª) Tôdas as vèzes em que $S'_{max} - (a_f - r_f)$ fôr a maior das diferenças $(S'_i - S'_j)$ teremos

$$\begin{aligned} V &= \max (S'_i - S'_j) \\ &= S'_{max} - (a_f - r_f) \\ &= D_{max} + S_{max} - (a_f - r_f) \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

14. CÁLCULO DA RESERVA FINAL

A reserva inicial pode variar desde a mínima (D_{max}) até a máxima (capacidade útil do reservatório) como acontece no caso das reprêsas em que se teme sobrevir, de início, a maior estiagem do ciclo.

Vamos agora estabelecer a expressão da reserva d'água no final do ciclo. Sejam

Y_o a reserva inicial ($Y_o \geq D_{max}$)

Y_f a reserva final ($Y_f \geq D_{max}$)

V a capacidade útil do reservatório

E_{max} o volume total extravasado até ao instante em que se verifica o

S'_{max} e que será o extravasamento total até ao final do ciclo (ver ítem 10). Temos

$$\begin{aligned} Y_f &= Y_o + a_f - r_f - E_{max} \quad \because \text{devido a (6) vem} \\ &= Y_o + a_f - r_f - (S'_{max} - V) \\ &= Y_o + a_f - r_f + V - S'_{max} \\ &= Y_o + a_f - r_f + V - (Y_o + S_{max}) \\ &= (a_f - r_f) + V - S_{max} \\ V &= [S_{max} - (a_f - r_f)] \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

Por essa fórmula, vemos que Y_f independe de Y_o , isto é, seja qual fôr a reserva inicial Y_o com que se inicie o abastecimento, a reserva final terá sempre o mesmo valor.

(a 2.ª parte será publicada no próximo número)